Diskrétne Udalostné Systémy

Úvod

doc. Ing. Andrej Babinec, PhD.

Predmet DUS

- Prednášky:

  doc. Ing. Andrej Babinec, PhD.

- Cvičenia:

  Ing. Stanislav Marček, PhD.

- Bodovanie:

  Cvičenia 40b

  Skúška 60b

Predmet DUS

- Literatúra:

Lectures on Concurrency and Petri Nets (Desel, Reisig Rozenberg), 2004

Unified Modeling Language: Superstructure, version 2.0, Object Management Group, 2005

Modelovanie a Riadenie Diskrétnych Udalostných Systémov (Hrúz, Mrafko), 2003

Modeling and Control of Discrete-event Dynamic Systems (Hrúz, Zhou), 2007

Introduction to Discrete Event Systems (Cassandras, Lafortune), 2008

Predmet DUS

- Čo môžete očakávať?
  - Čo sú to udalostné systémy
  - Ako modelovať správanie udalostného systému
    - Petriho siete
    - Formálne jazyky a konečné automaty
  - Ako analyzovať správanie udalostného systému
  - Ako riadiť správanie udalostného systému

Obsah prednášky

- Systém
- Model
- Stavy systému
- Delenie systémov
- Udalostné systémy
- Spôsoby špecifikácie a analýzy udalostných systémov

Systém (príklady systémov)

- Motor
- Továreň
- Človek
- Počítač
- Počasie
- Ekonomika
- Kladka

... systémy sú všade okolo nás a nemusia súvisieť len s fyzickým objektom alebo prírodným zákonom.

Systém – rôzne definície

- Zoskupenie alebo spojenie prvkov kombinovaných prírodou alebo človekom tak, aby tvorili integrálny alebo komplexný celok (*Encyclopedia Americana*)

- Neustále interagujúca alebo vzájomne závislá skupina položiek tvoriacich zjednotený celok (*Webster's Dictionary*)

- Kombinácia komponentov, ktoré pôsobia spoločne pri plnení funkcie, ktorú žiaden komponent nemôže plniť samostatne (*IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronic Terms*)

Systém – zhrnutie definícií

- Množina prvkov a väzieb medzi nimi, ktorá ako celok má určité vlastnosti a plní určitú funkciu.

- Väzby
  - vnútorné – medzi jednotlivými prvkami systému
  - vonkajšie – medzi prvkami systému a okolím

- Okolie systému
  - Vonkajšie prostredie, v ktorom je vsadený skúmaný systém, a s ktorým systém komunikuje prostredníctvom vstupných a výstupných väzieb

Práca so systémami

- Systémy chceme študovať a analyzovať
  - Aby sme porozumeli ako fungujú a čo od nich môžeme očakávať
- Systémy chceme používať
  - Využívať ich funkciu, ktorú nám poskytujú
- Systémy chceme riadiť
  - Chceme mať kontrolu nad ich funkciou

- Systémy chceme študovať a analyzovať
  - Aby sme porozumeli ako fungujú a čo od nich môžeme očakávať

Model - zariadenie alebo matematický opis, ktorý duplikuje správanie samotného systému.

Pomocou experimentov s modelom získavame informácie o pôvodnom skúmanom systéme.

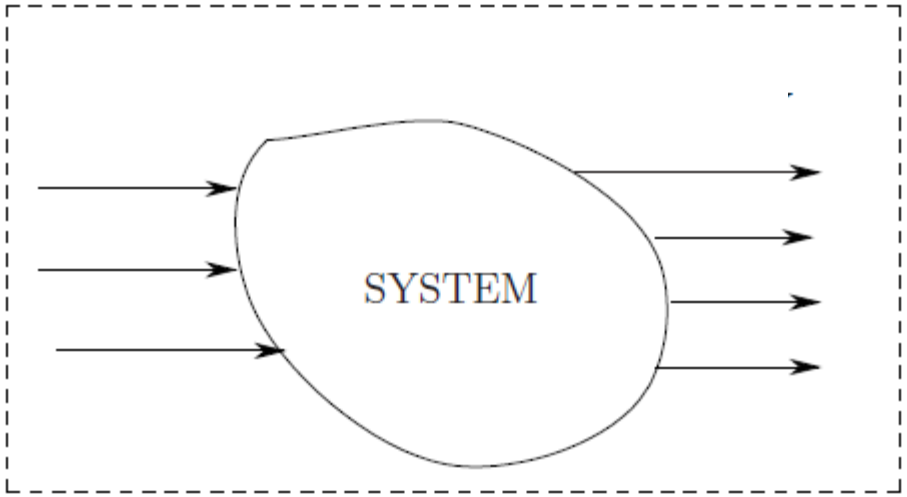
Modelovanie

- Proces, ktorý skúmanému systému podľa určitých kritérií jednoznačne priradí fyzický alebo abstraktný model
  - Fyzický (fyzikálny) model – vychádza z fyzikálnej alebo geometrickej podobnosti medzi modelovaným systémom a modelom. Tento model je hmatateľný.
  - Abstraktný (matematický) model – umožňuje skúmať procesy v originálnom systéme pomocou matematického opisu ich priebehu.

Proces modelovania

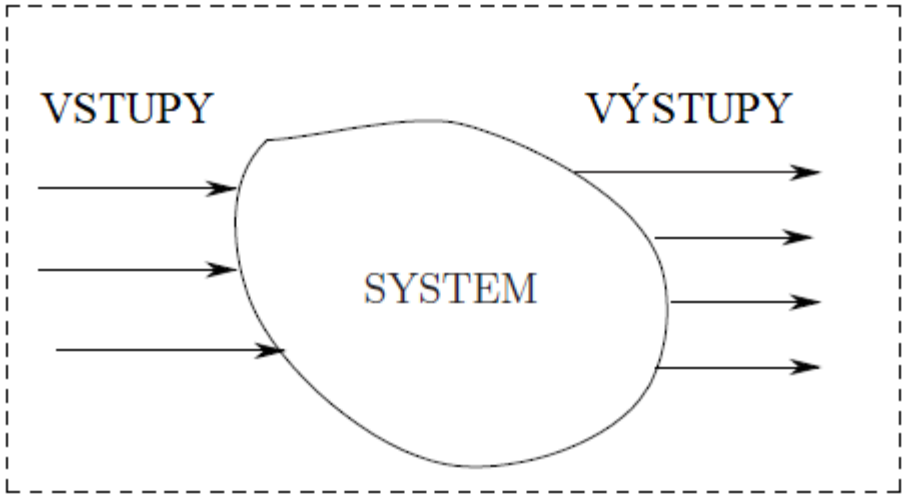
- Zadefinujeme množinu všetkých merateľných veličín spojených so systémom

- Ich meraním v čase $\langle t_0, t_f \rangle$ získame ich priebehy



Proces modelovania

- Zadefinujeme množinu všetkých merateľných veličín spojených so systémom



- Ich meraním v čase $\langle t_0, t_f \rangle$ získame ich priebehy
  - Vstupné veličiny – podmnožina veličín, ktoré vieme meniť v priebehu času

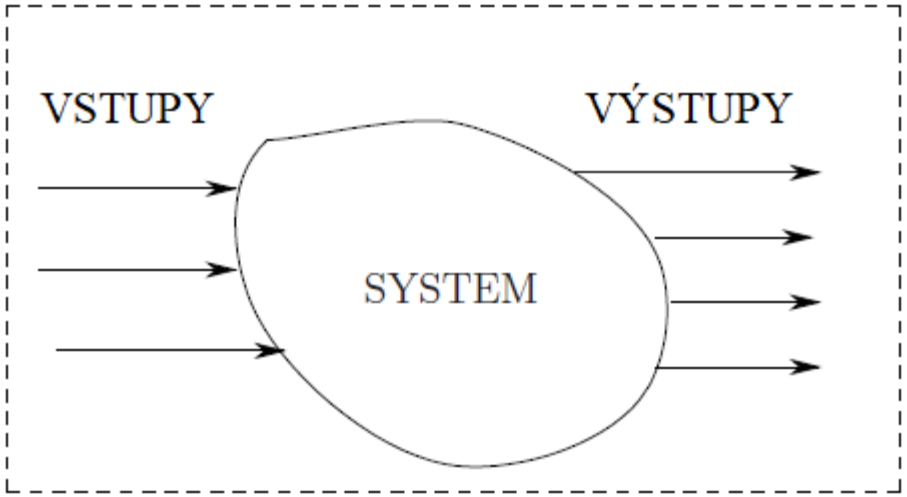
$$\{u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)\} \quad t_0 \leq t \leq t_f$$

  - Výstupné veličiny – podmnožina veličín, ktoré vieme priamo merať, kým meníme $u_i(t)$

$$\{y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)\} \quad t_0 \leq t \leq t_f$$

Proces modelovania

- Stanovíme matematické vzťahy medzi vstupmi a výstupmi

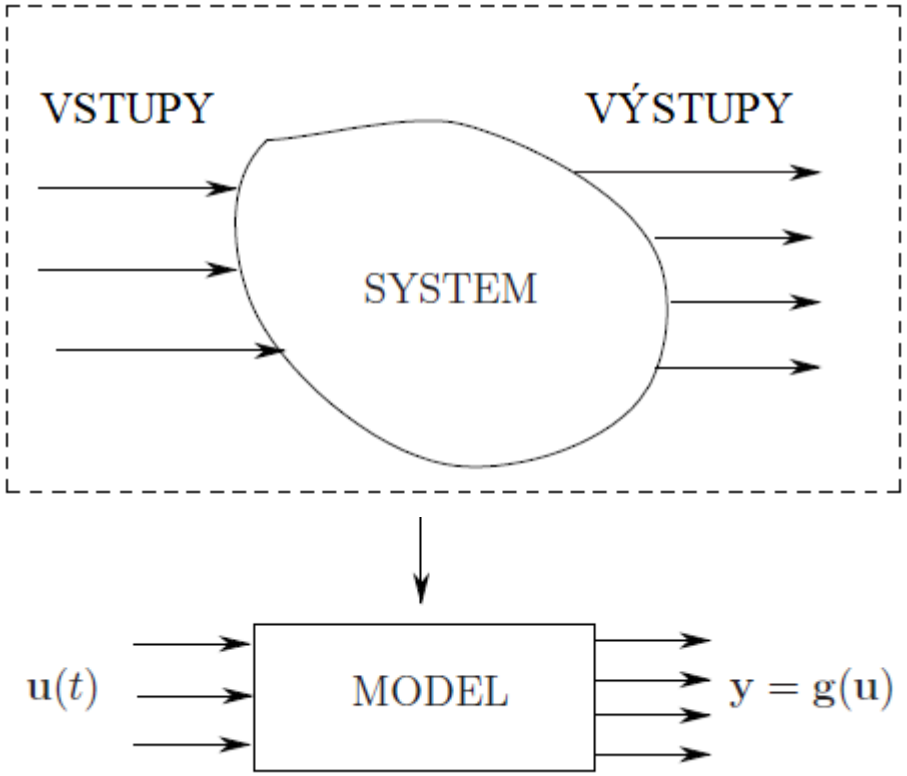


$$
\begin{aligned}
y_1(t) &= g_1\left(u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)\right) \\
y_2(t) &= g_2\left(u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)\right) \\
&\vdots \\
y_m(t) &= g_m\left(u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)\right)
\end{aligned}
$$

Proces modelovania

- Vektorový zápis vstupných a výstupných veličín:

$$\boldsymbol{u}(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_p(t) \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{y}(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{pmatrix}$$



- Matematické vzťahy medzi nimi (výstupná rovnica):

$$\mathbf{y}(t) = \boldsymbol{g}\big(\boldsymbol{u}(t)\big)$$

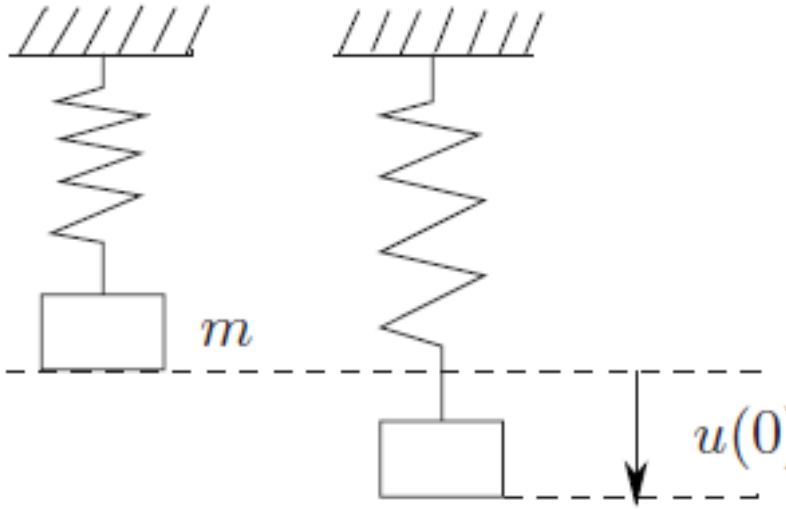
Príklad, (ktorý to skomplikuje)

- Teleso na pružine

$u(t)$ - nami vnútená výchylka s priebehom $u(t) = \begin{cases} u_0 & pre \quad t = 0 \\ 0 & pre \quad t > 0 \end{cases}$

$y(t)$ - meraná výchylka pružiny

$y(0)$ - počiatočné vychýlenie



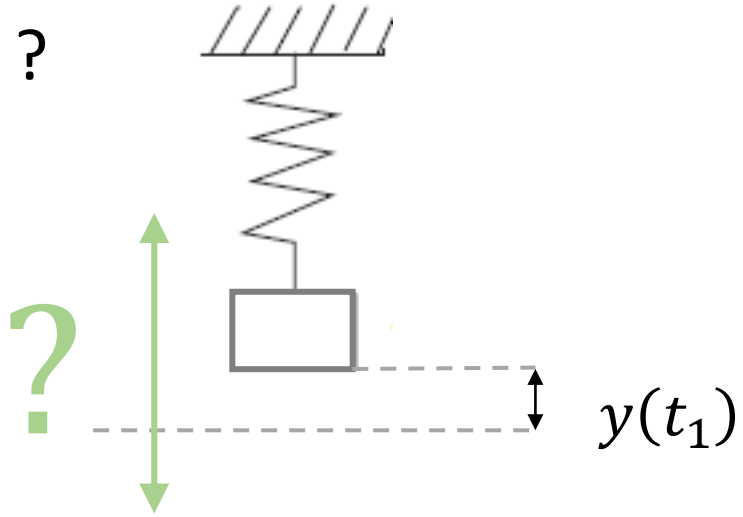
Pohyb sústavy opisujeme diferenciálnou rovnicou

$$m\ddot{y} = -ky$$

Príklad, (ktorý to skomplikuje)

- V čase $t_1 > 0$
- nepôsobíme na sústavu žiadnym vstupom ... $u(t_1) = 0$
- meriame výchylku $y(t_1)$

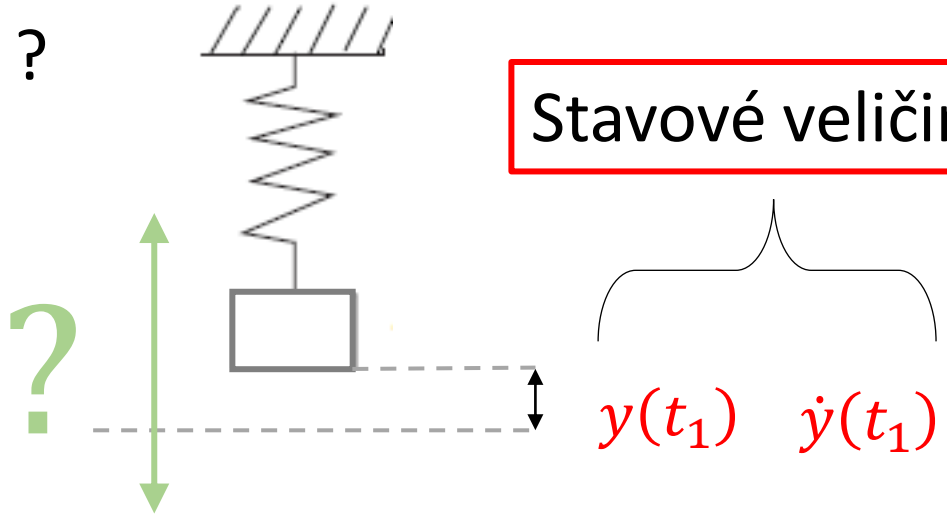
- Vieme určiť výchylku $y(t_2)$ pre $t_2 > t_1$?



Príklad, (ktorý to skomplikuje)

- V čase $t_1 > 0$
- nepôsobíme na sústavu žiadnym vstupom ... $u(t_1) = 0$
- meriame výchylku $y(t_1)$

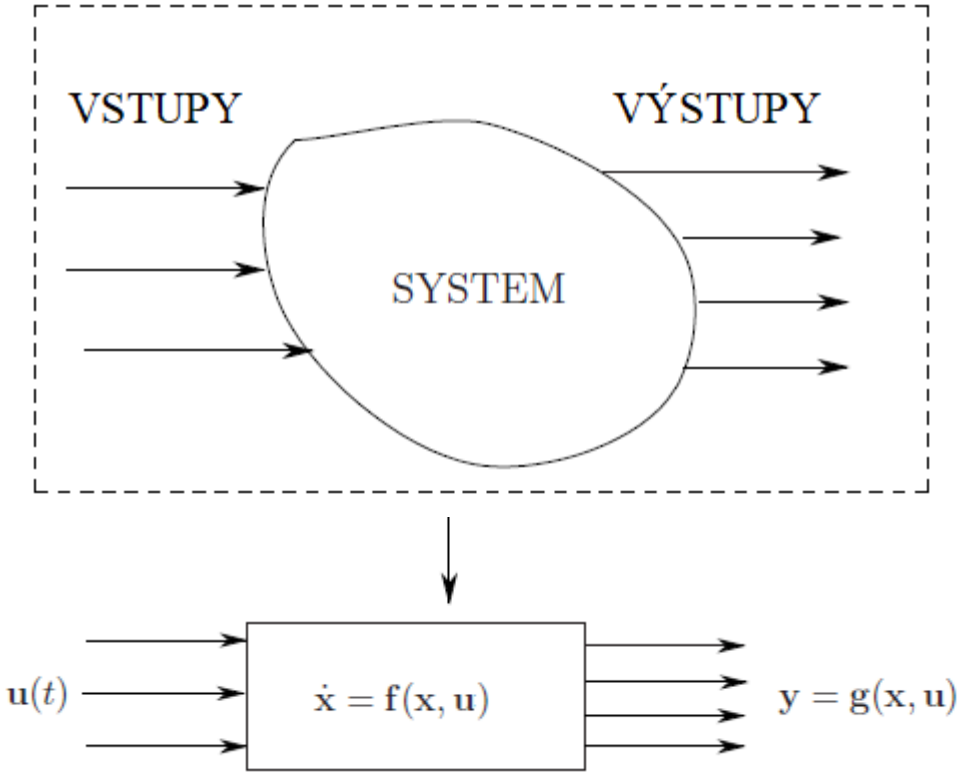
- Vieme určiť výchylku $y(t_2)$ pre $t_2 > t_1$?



- Nevieme, pretože potrebujeme poznať polohu aj rýchlosť v čase t_1

Proces modelovania v stavovom priestore

- Vektor vstupov je $\boldsymbol{u}(t)$ a výstupov je $\boldsymbol{y}(t)$
- Vektor stavov označujme $\boldsymbol{x}(t)$



- Stavové rovnice s počiatočnými podmienkami

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{f}\big(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)\big) \qquad \boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}_0$$

- Výstupné rovnice

$$\mathbf{y}(t) = \boldsymbol{g}\big(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)\big)$$

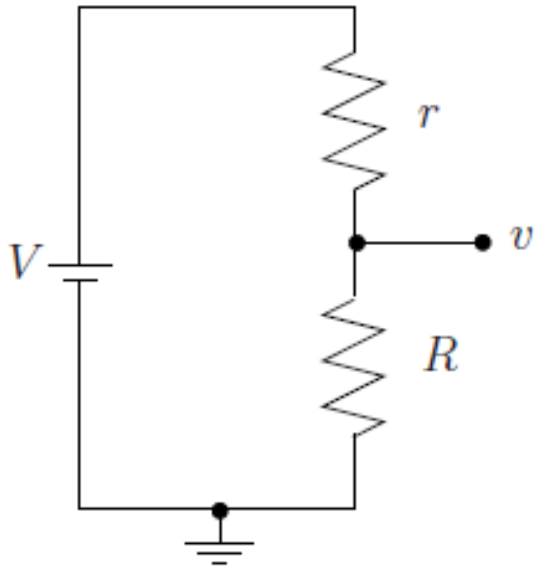
Delenie systémov

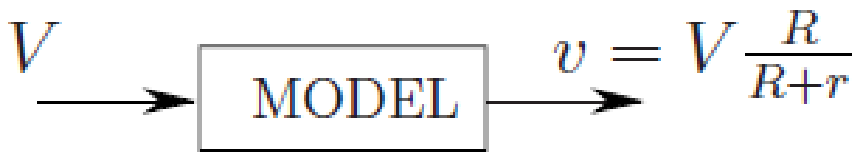
Systém → **Statický systém**
Systém → Dynamický systém

- Statický systém
  - Výstupy $\boldsymbol{y}(t)$ nezávisia od minulých hodnôt vstupov $\boldsymbol{u}(t)$
  - Takýto systém nemá pamäť – nemá stavové veličiny
  - Na rovnakú hodnotu na vstupe $u(t)$ bude vždy odpovedať rovnakým výstupom $y(t)$
  - Matematický vzťah medzi vstupom a výstupom $y = g(u)$ je prevodová charakteristika

Príklad:
  - Napäťový delič

$$v = V\,\frac{R}{R+r}$$





$$u(t) = V \qquad y(t) = v$$

$$y(t) = g\big(u(t)\big) = u(t)\,\frac{R}{R+r}$$

Priebeh výstupu $y(t)$ je priamoúmerný vstupu $u(t)$ a nezávisí od žiadnej minulej hodnoty.

Delenie systémov

Systém → Statický systém
Systém → **Dynamický systém**

- Dynamický systém
  - Výstupy $\boldsymbol{y}(t)$ závisia od priebehu minulých hodnôt $\boldsymbol{u}(t)$, teda od stavových veličín $\boldsymbol{x}(t)$
  - Na rovnakú hodnotu na vstupe $\boldsymbol{u}(t)$ môže odpovedať rôznym výstupom $\boldsymbol{y}(t)$
  - Matematické vzťahy medzi vstupmi a výstupmi sú opísané diferenciálnymi rovnicami

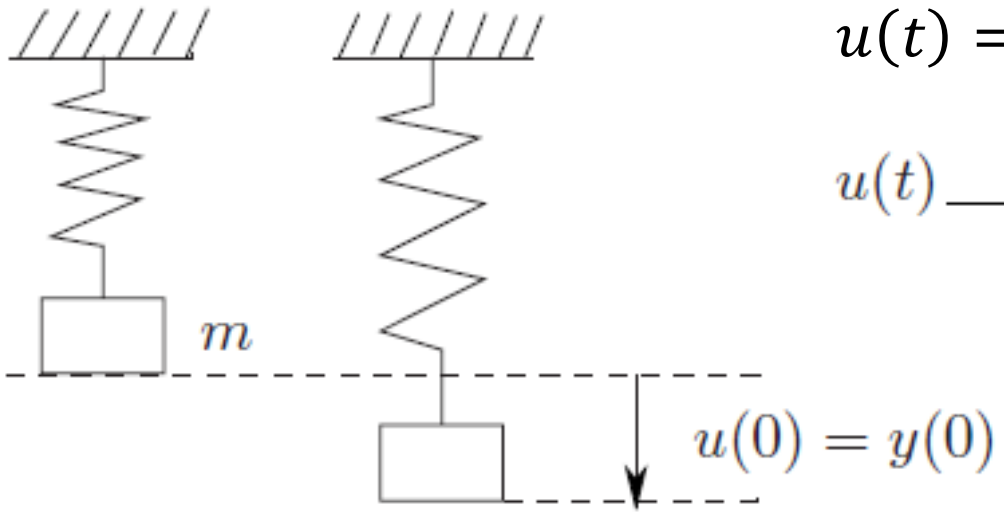
Príklad:

- Teleso na pružine

$$m\ddot{y} = -ky$$

$u(t)$ - nami vnútená výchylka

$y(t)$ - meraná výchylka pružiny



$$u(t) = \begin{cases} u_0 & pre \quad t = 0 \\ 0 & pre \quad t > 0 \end{cases}$$

Napriek tomu, že $u(t)$ je konštantné pre $t > 0$, priebeh $y(t)$ závisí od počiatočnej hodnoty $u(0) = u_0$.

Delenie systémov

Dynamický systém → **Časovo-premenlivý**

Dynamický systém → Časovo-nemenný

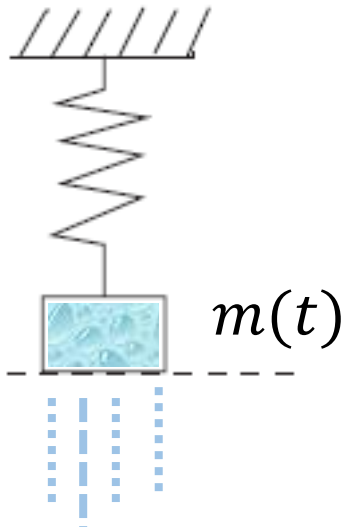
- Časovo-premenlivý systém
  - V priebehu času dochádza k zmene samotného systému
  - Mení sa teda model alebo jeho vnútorné parametre
  - Aj v prípade rovnakej histórie priebehu $\boldsymbol{u}(t)$ môže odpovedať rôznym výstupom $\boldsymbol{y}(t)$
  - Stavové a výstupné rovnice sa časom menia $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, t)$ $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, t)$

Príklad:

- Špongia na pružine, z ktorej postupne vyteká voda

$$m(t)\ddot{y} = -ky$$

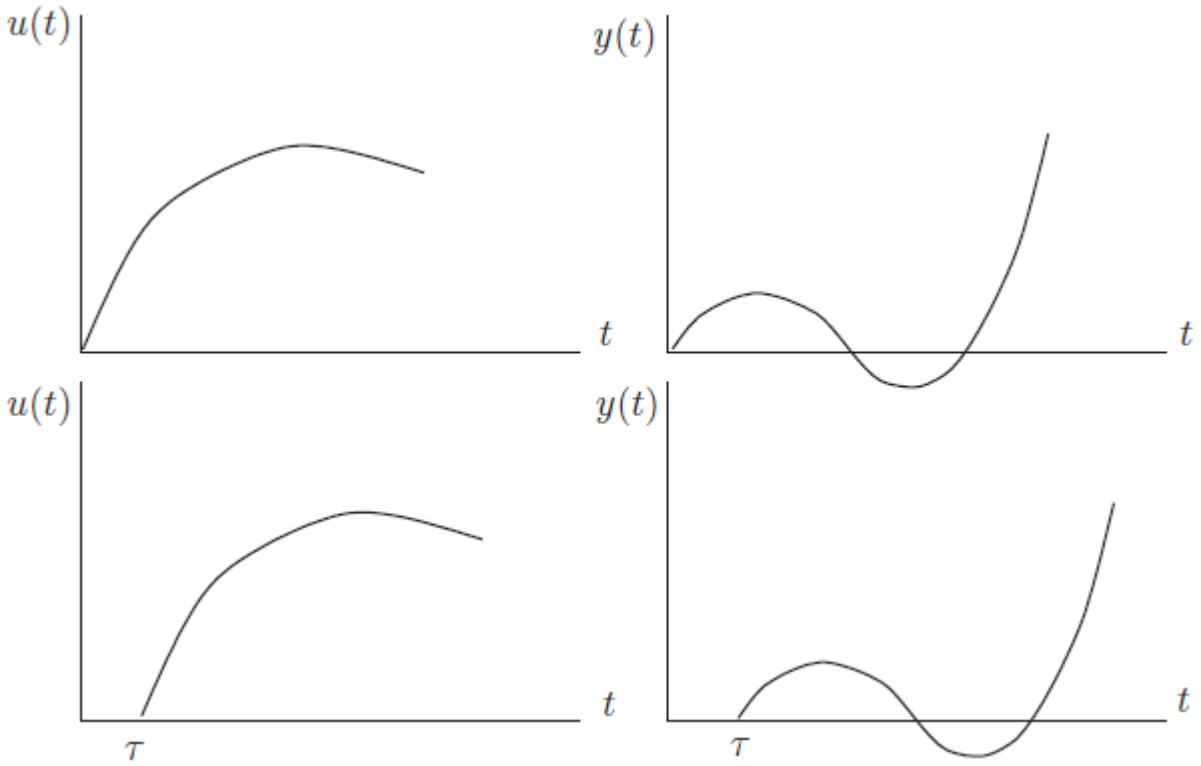
- Mení sa teda hmotnosť telesa



Delenie systémov

Dynamický systém → Časovo-premenlivý / **Časovo-nemenný**

- Časovo-nemenný systém
  - Samotný systém sa v priebehu času nemení
  - V prípade rovnakej histórie priebehu $\boldsymbol{u}(t)$ odpovedá rovnakým výstupom $\boldsymbol{y}(t)$
  - Nezáleží na tom, v ktorom časovom okamihu τ začneme na systém pôsobiť vstupným priebehom $\boldsymbol{u}(t)$



Príklad:

- Teleso s konštantnou hmotnosťou na pružine

Delenie systémov

Časovo-nemenný → **Lineárny systém**

Časovo-nemenný → Nelineárny systém

- Lineárny systém
  - Linearita súvisí s princípom superpozície
    - Ak podnet P_1 spôsobí reakciu $R_1 = f(P_1)$
    - a ak podnet P_2 spôsobí reakciu $R_2 = f(P_2)$
    - potom superpozícia podnetov (P_1+P_2) spôsobí reakciu (R_1+R_2)

$$\underbrace{n \cdot f(P_1)} + \underbrace{m \cdot f(P_2)} = f(\underbrace{nP_1 + mP_2})$$

  - Stavové a výstupné rovnice lineárnych systémov potom vieme prepísať na tvar:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{f}\big(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)\big) \qquad \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \mathbf{A}\boldsymbol{x}(t) + \mathbf{B}\boldsymbol{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \boldsymbol{g}\big(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)\big) \qquad \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\boldsymbol{x}(t) + \mathbf{D}\boldsymbol{u}(t)$$

Príklad:

- Teleso s konštantnou hmotnosťou na pružine

Delenie systémov

Časovo-nemenný → Lineárny systém / **Nelineárny systém**

- Nelineárne systémy
  - Všetky ostatné systémy...

Príklad:

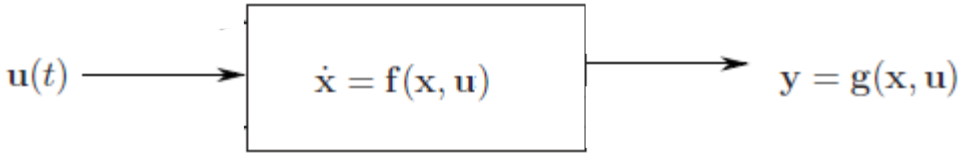
Robotické rameno

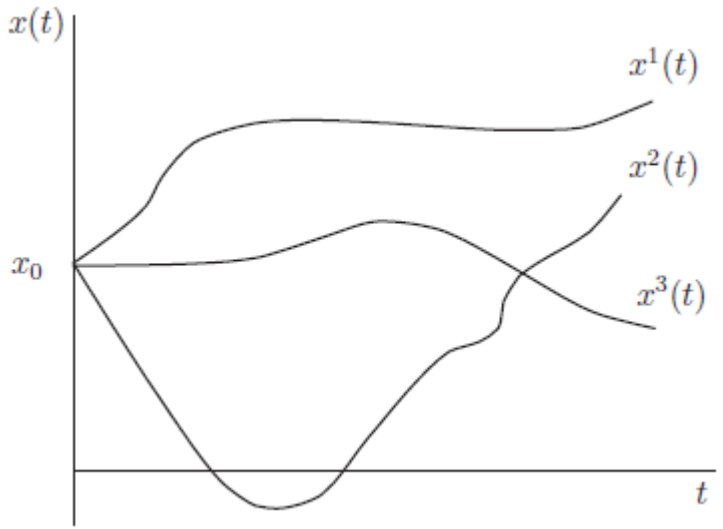
Delenie systémov

Nelineárny systém → **so spojitými stavmi**

Nelineárny systém → s diskrétnymi stavmi

- Nelineárne systémy so spojitými stavmi
  - Časový priebeh hodnôt stavových veličín je spojitý
  - Hodnoty stavových veličín sú reálne čísla (prípadne komplexné čísla)
  - Priebeh stavu $x(t)$ závisí od priebehu vstupnej veličiny $u(t)$
  - Teda ak na systém v počiatočnom stave x_0 pôsobíme rôznymi vstupnými priebehmi $u^1(t)$, $u^2(t)$, $u^3(t)$ dostaneme:





Spojité stavové trajektórie

Príklad:

Robotické rameno

Delenie systémov

Nelineárny systém → so spojitými stavmi
Nelineárny systém → **s diskrétnymi stavmi**

- Nelineárne systémy s diskrétnymi stavmi
  - Stavové veličiny nadobúdajú hodnoty z diskrétnej množiny hodnôt – menia sa skokovo
  - Priebeh stavovej trajektórie je potom po častiach konštantná funkcia,

Príklad:

- Sklad

Stavový priestor

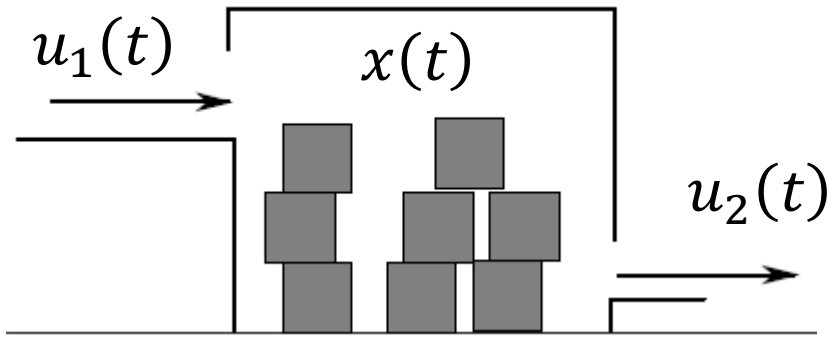
$X = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

$x(t) \in X$

$$\begin{matrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{matrix} \rightarrow \boxed{x(t^+) = f\big(u_1(t), u_2(t), x(t)\big)} \rightarrow y(t)$$

$$x(t^+) = \begin{cases} x(t)+1 & pre \quad u_1(t) = 1;\ u_2(t) = 0 \\ x(t)-1 & pre \quad u_1(t) = 0;\ u_2(t) = 1;\ x(t) > 0 \\ x(t) & inak \end{cases}$$

$$y(t) = x(t)$$



Príchod výrobkov

Odchod výrobkov

Delenie systémov

Nelineárny systém → so spojitými stavmi
Nelineárny systém → **s diskrétnymi stavmi**

- Nelineárne systémy s diskrétnymi stavmi
  - Stavové veličiny nadobúdajú hodnoty z diskrétnej množiny hodnôt – menia sa skokovo
  - Priebeh stavovej trajektórie je potom po častiach konštantná funkcia,

Príklad:

- Sklad

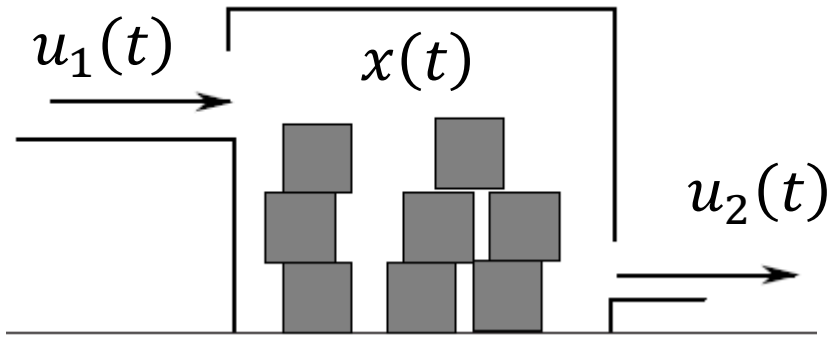
Stavový priestor

$X = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

$x(t) \in X$

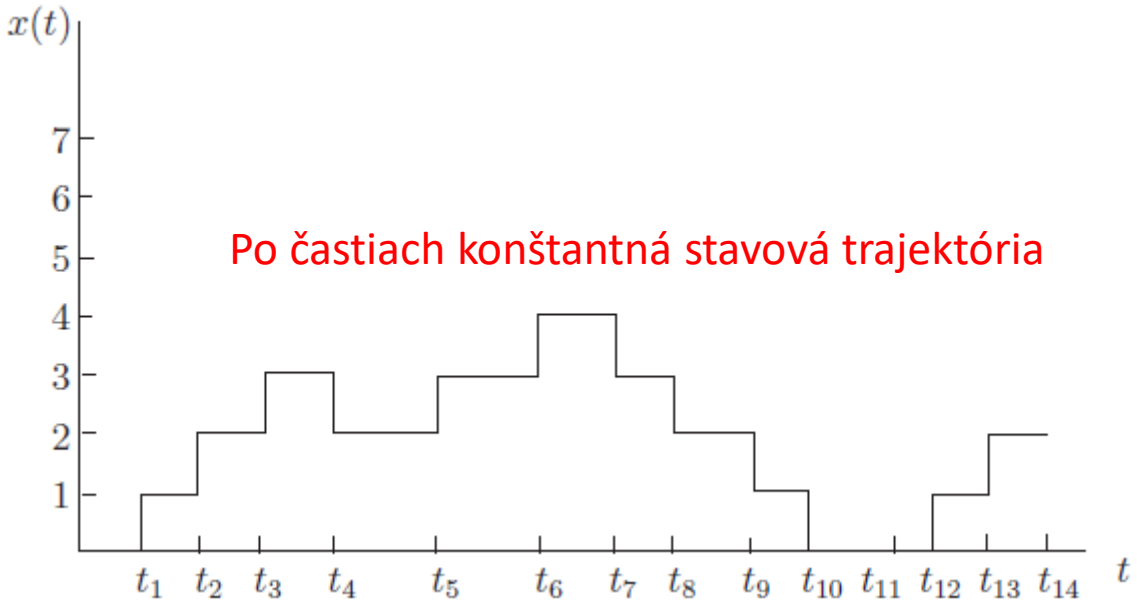
$u_1(t) = 1$ v okamihoch: $t_1, t_2, t_3, t_5, t_6, t_{12}, t_{13}$

$u_2(t) = 1$ v okamihoch: $t_4, t_7, t_8, t_9, t_{10}, t_{11}$



Príchod výrobkov

Odchod výrobkov



Po častiach konštantná stavová trajektória

Delenie systémov

Systém s diskrétnymi stavmi

hnané časom

hnané udalosťami

- Systémy s diskrétnymi stavmi hnané časom
  - Nezávislá prirodzená veličina, ktorá spôsobuje zmenu stavov je čas
  - Časové premenné sa objavujú ako argument vstupných, stavových a výstupných funkcií
    - Systémy so spojitým časom

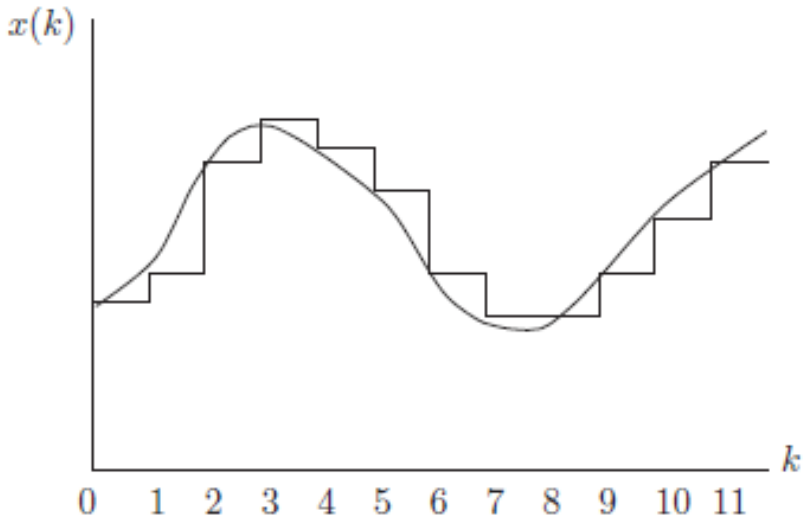
$$\boldsymbol{x}(t^{+}) = \boldsymbol{f}\big(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)\big)$$
$$\mathbf{y}(t) = \boldsymbol{g}\big(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)\big)$$

Systémy s diskrétnym časom

$$\boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{f}\big(\boldsymbol{x}(k), \boldsymbol{u}(k)\big)$$
$$\mathbf{y}(k) = \boldsymbol{g}\big(\boldsymbol{x}(k), \boldsymbol{u}(k)\big)$$

Príklad:

- Digitálne systémy s diskrétnym hodinovým signálom
  - Premenné sú vyhodnocované a spracované iba v okamihoch, ktoré zodpovedajú jednotlivým tikom vnútorných hodín.



Delenie systémov

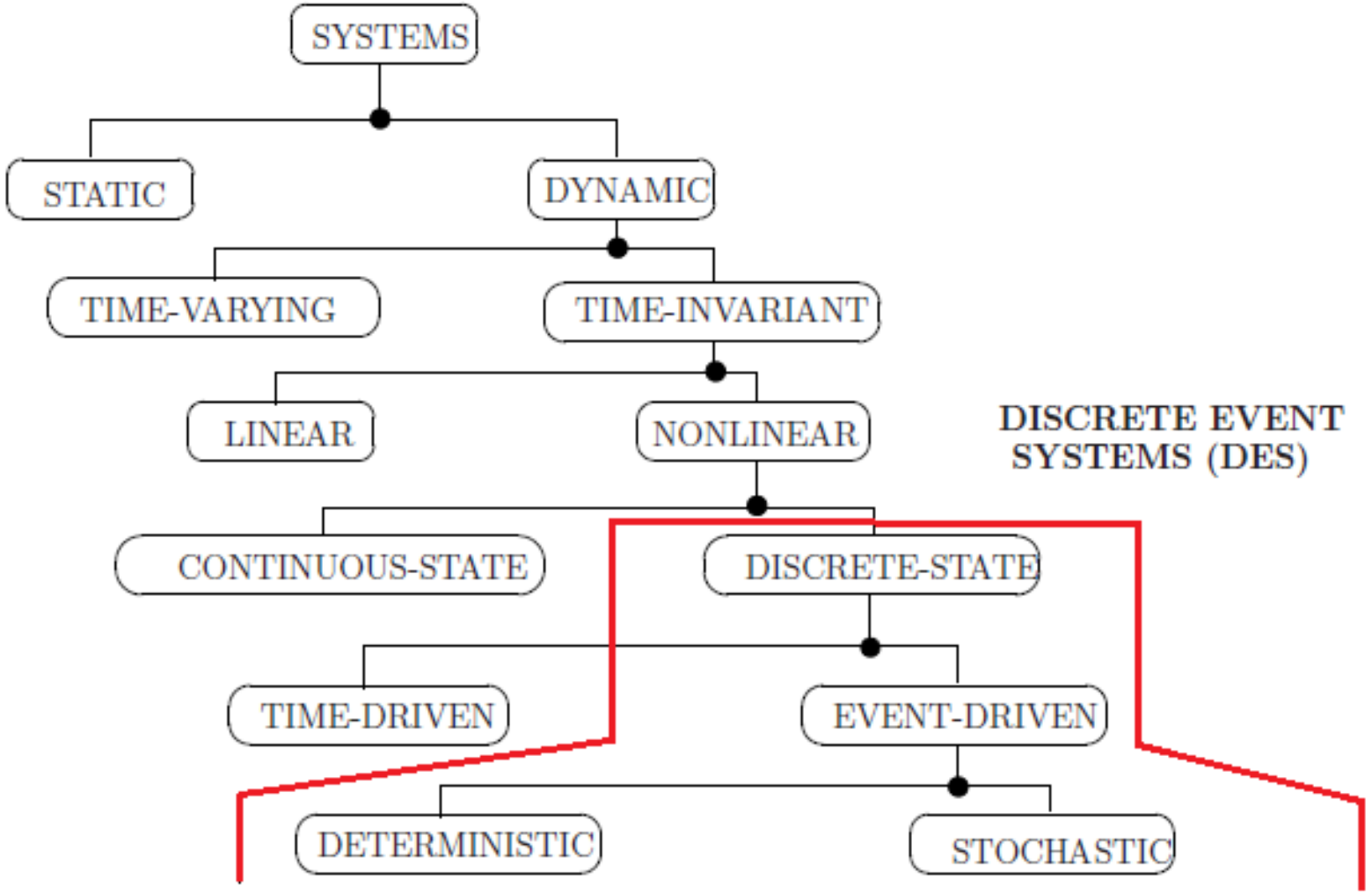
Systém s diskrétnymi stavmi

hnané časom

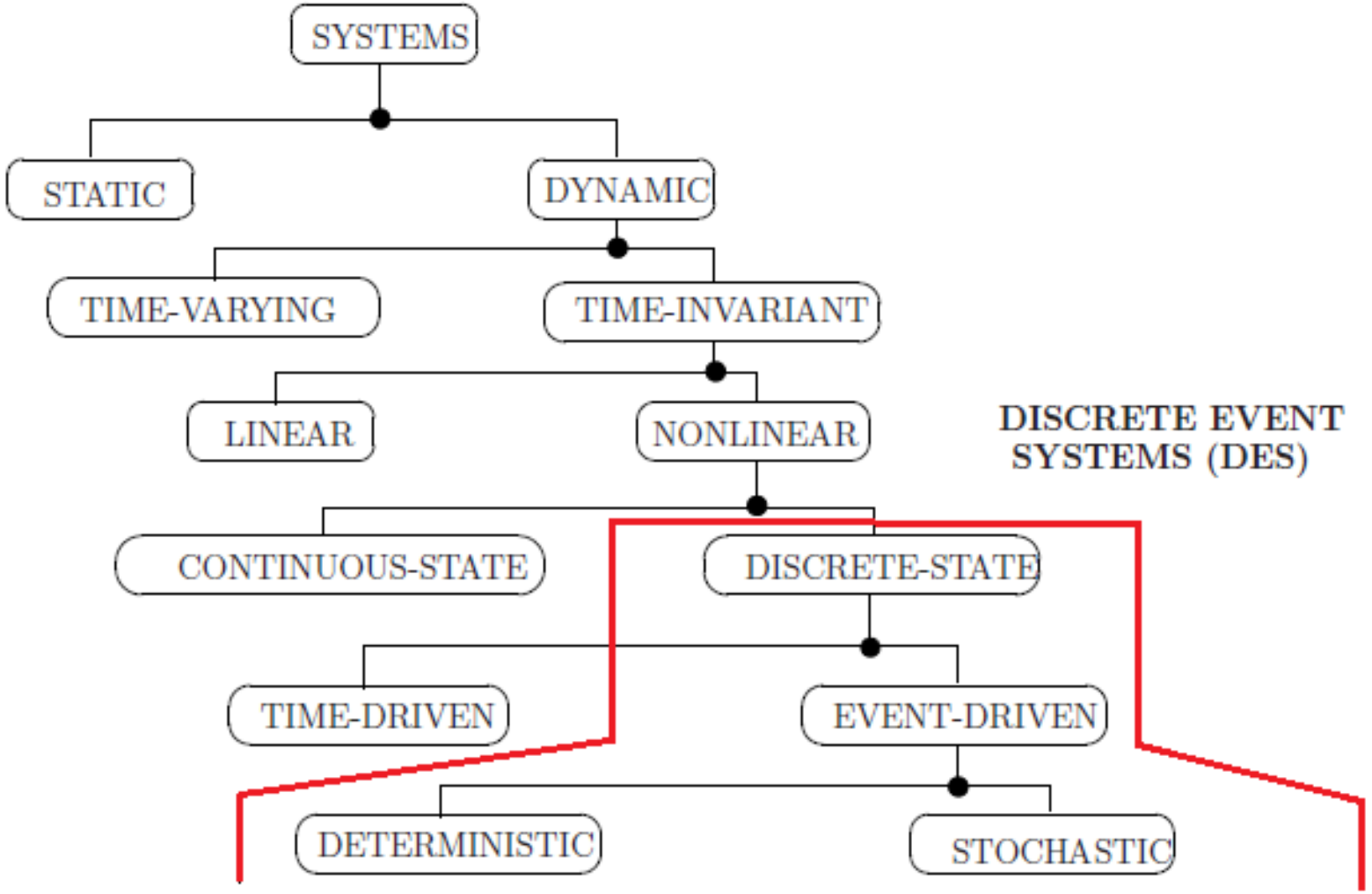
hnané udalosťami

- Systémy s diskrétnymi stavmi hnané udalosťami
  - Diskrétne udalostné systémy (DUS) (Udalostné systémy)
  - Ich stavový priestor pozostáva z diskrétnych hodnôt, napr.:
    - {0, 1, 2, 3, …}, {ON, OFF}, {VEĽA, STREDNE, MÁLO}, {ČERVENÁ, ORANŽOVÁ, ZELENÁ}
  - Stavy menia svoje hodnoty iba skokovo
  - Zmeny stavov sú iniciované výskytom nejakých udalostí
  - Udalosti nastávajú bez ohľadu na plynutie času

Delenie systémov



Delenie systémov



- Deterministické systémy
  - Prechody medzi jednotlivými stavmi sú jednoznačne definované
- Stochastické systémy
  - Zmeny jedného alebo viac stavov nie sú jednoznačne definované
  - Ku zmenám stavov prispievajú náhodné veličiny
  - Stav systému je opísaný pravdepodobnostnými metódami

Diskrétne udalostné systémy

- Stavy systému sú hodnoty z diskrétnych množín
- Zmeny stavov sú iniciované výskytom nejakých udalostí

- Príklady udalostných systémov:
  - Dopravné systémy
  - Výrobné systémy
  - Komunikačné systémy
  - Počítačové systémy
  - Softvérové systémy
  - ...

Diskrétne udalostné systémy

- Stavy systému sú hodnoty z diskrétnych množín
- Zmeny stavov sú iniciované výskytom nejakých udalostí

- Príklady udalostí
  - Stlačenie tlačidla
  - Súčasné splnenie viacerých podmienok
  - Príchod produktu do skladu
  - Nastala porucha
  - Koľaj sa uvoľnila
  - ...

Diskrétne udalostné systémy

- Stavy systému sú hodnoty z diskrétnych množín
- Zmeny stavov sú iniciované výskytom nejakých udalostí

- Udalosť (event)
  - Všeobecne ju označujeme symbolom: e
  - Množinu všetkých udalostí, ktoré pôsobia na systém označujeme: $\Sigma = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$
  - Udalosti sa vyskytujú asynchrónne
  - Udalosť sa udeje okamžite, nemá dĺžku trvania
  - V jednom okamihu môže nastať iba jedna udalosť

Diskrétne udalostné systémy

- Stavy systému sú hodnoty z diskrétnych množín
- Zmeny stavov sú iniciované výskytom nejakých udalostí

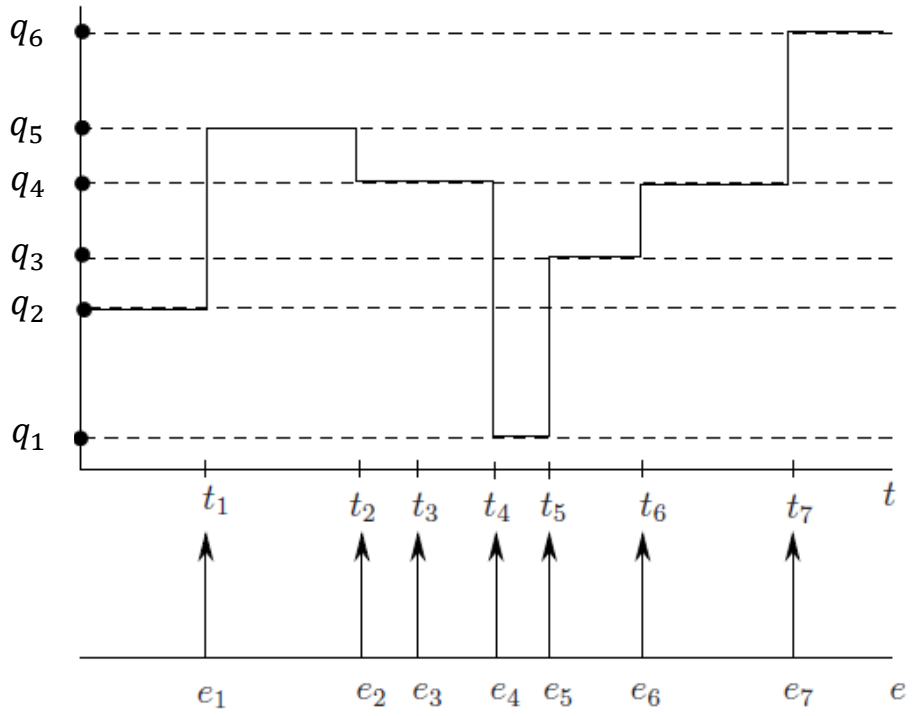
- Stav systému
  - Všeobecne ho označujeme symbolom: q
  - Množinu všetkých možných stavov systému označujeme: $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_n\}$
  - Počiatočný stav systému označujeme: q_0

Stavová trajektória v prípade DUS

- Čas výskytu udalosti nie je vopred daný, (môžeme ho zmerať po výskyte udalosti)
  - Nevieme dopredu predpovedať aký bude stav v čase t_x
  - Vieme dopredu predpovedať stav po výskyte série udalostí, ak poznáme počiatočný stav
    - Sekvencia: $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7$; počiatočný stav q_2

- Záleží teda na poradí udalostí

- Výskyt udalosti nemusí vždy znamenať zmenu stavu systému, viď. e_3



$$Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$$

$$\Sigma = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$$

Analýza a špecifikácia DUS

- Zmeny stavov nie je možné opísať **diferenciálnymi ani diferenčnými rovnicami**

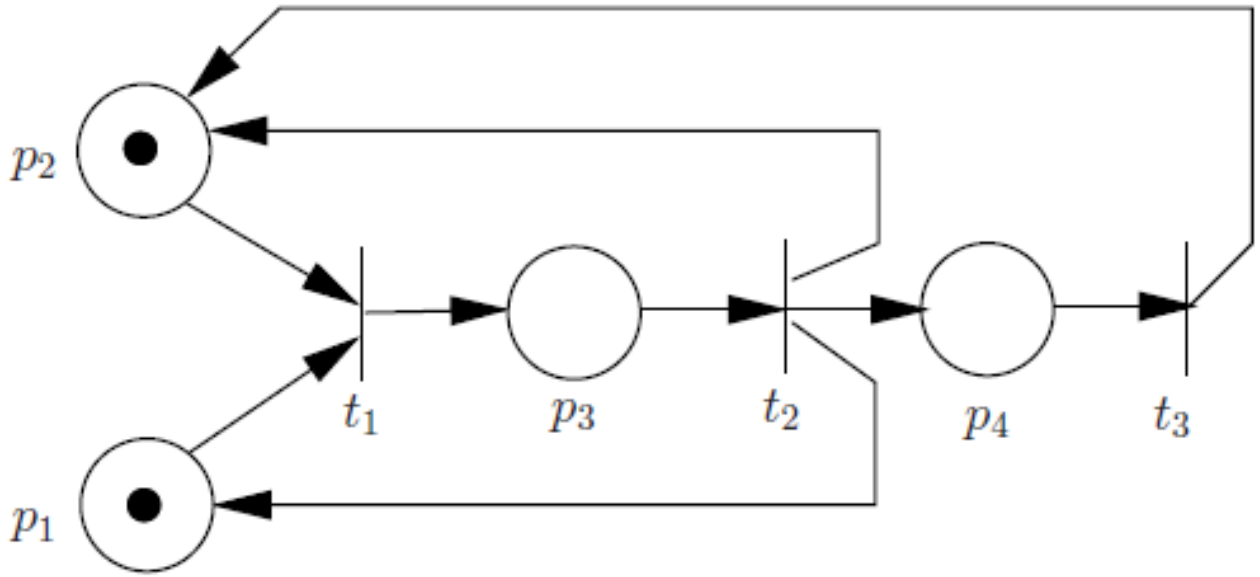
- Na špecifikáciu a analýzu DUS sa používajú:
  - Grafické nástroje
  - Algebrické nástroje
  - Nástroje založené na formálnych jazykoch

Grafické nástroje

- Konečné automaty
- Reaktívne vývojové diagramy
- Petriho siete
- Grafcet
- Stavové diagramy (Statecharts)
- Rebríkové diagramy

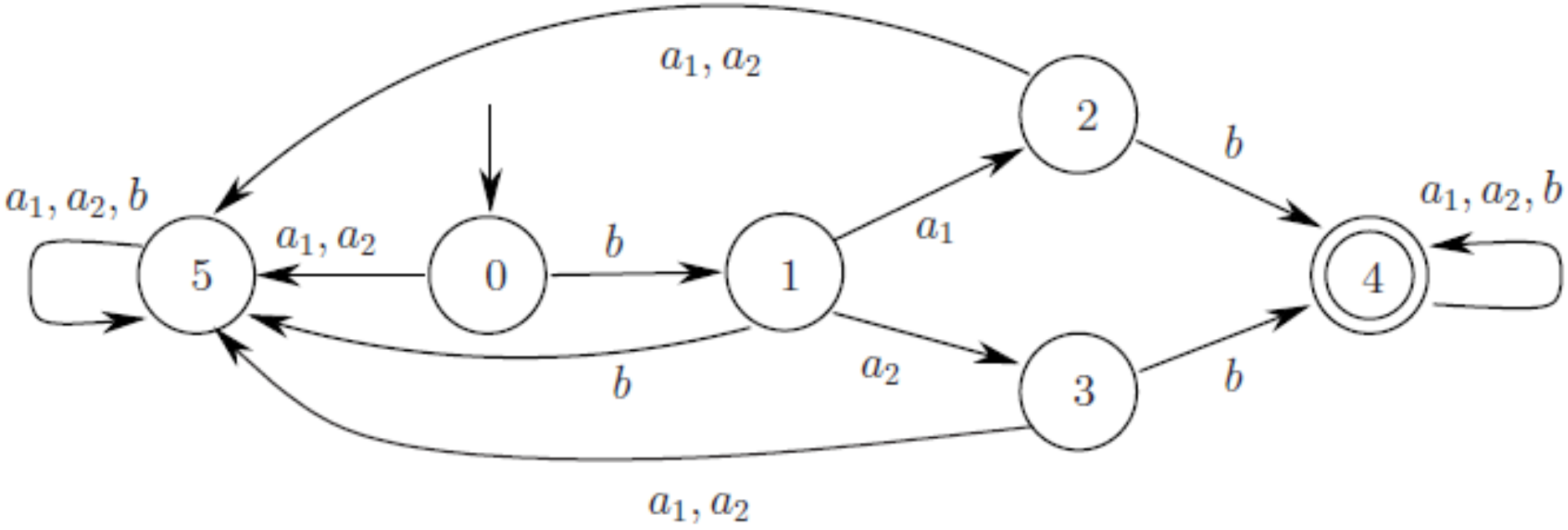
Petriho siete

- Dokážu lepšie reprezentovať štruktúru systému



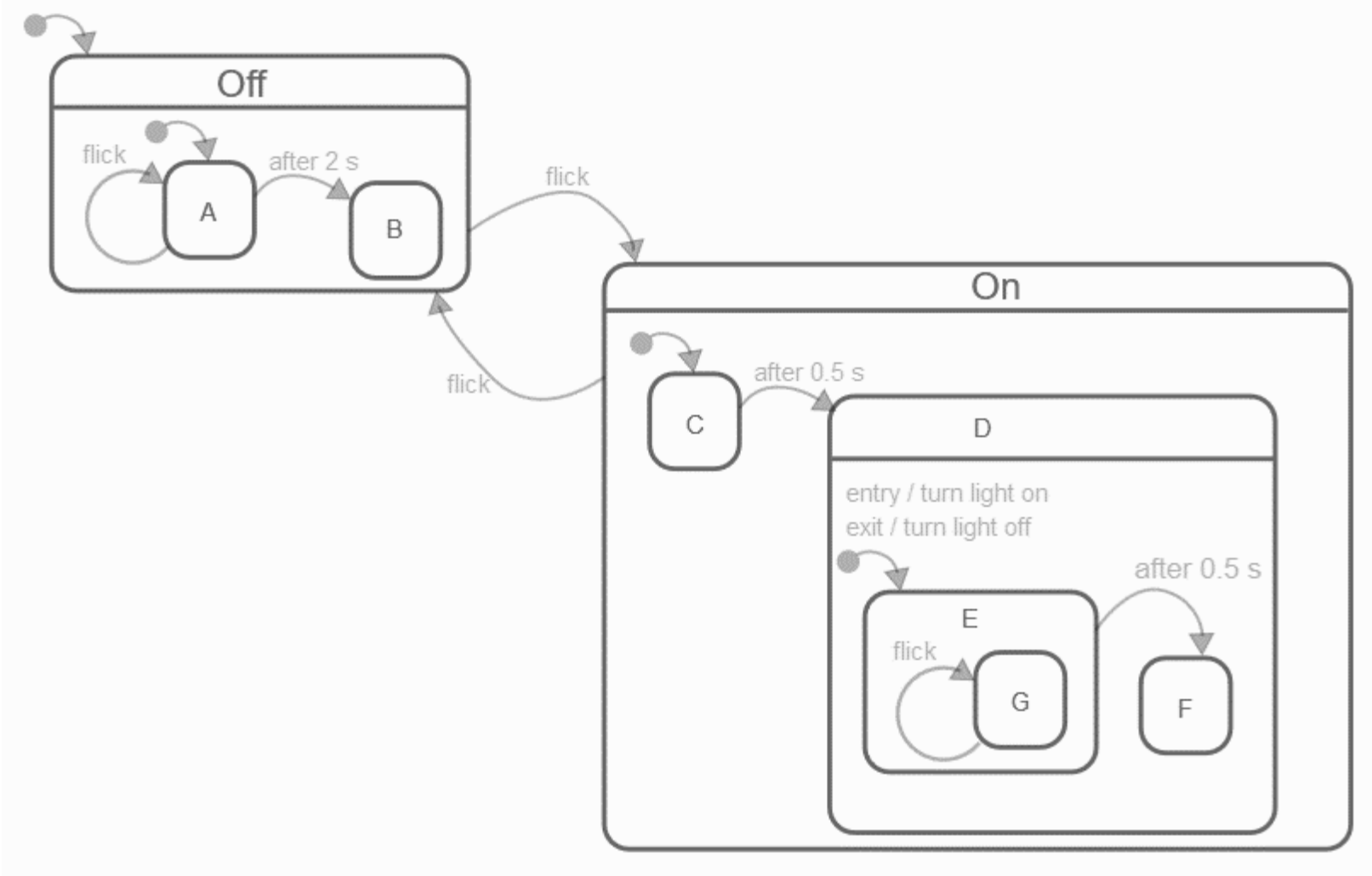
Konečné automaty

- Reprezentované ohodnoteným orientovaným matematickým grafom



Stavové diagramy

- Rozšírenie konečných automatov - poskytujú rozmanitejšie štruktúry



Ďakujem za pozornosť