Diskrétne Udalostné Systémy

Petriho siete

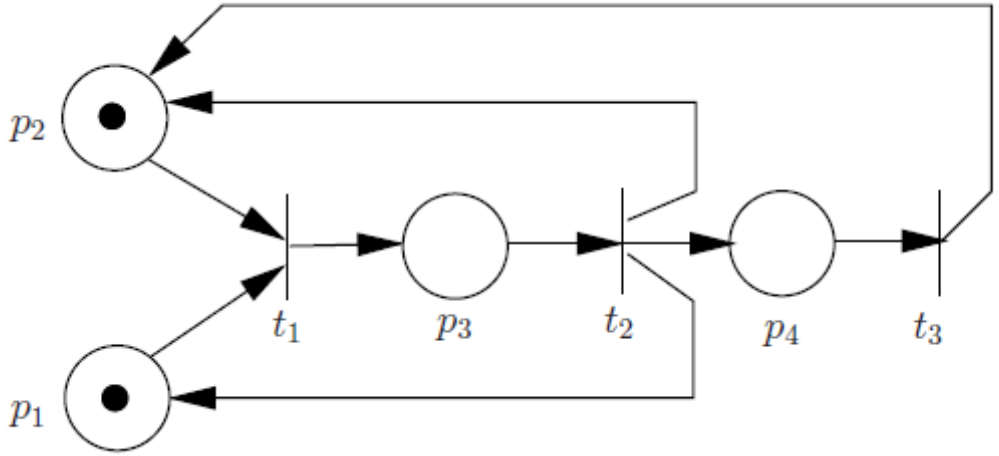
doc. Ing. Andrej Babinec, PhD.

Obsah prednášky

- Definícia Petriho siete
- Stav v Petriho sieti
- Podmnožiny miest
  - Vstupné a výstupné miesta
- Podmnožiny prechodov
  - Vstupné a výstupné prechody
- Podmienky spustiteľnosti prechodu

Úvod

- Modelovací nástroj „Petriho siete“ (PS, PN – Petri nets) vytvoril
  - Matematik Carl Adam Petri – v 1962 teóriu spísal v jeho PhD. práci.
  - Prvý koncept vytvoril v 13. rokoch (1939)



- PS majú 2 typy uzlov (vrcholov grafu): Miesta a Prechody
- Hrany spájajú vždy rozdielne uzly, nikdy nie rovnaké typy uzlov
- Do miest v grafe sa umiestňujú značky a označkovanie sa po výskyte udalosti mení
- Stav je daný aktuálnym rozmiestnením značiek v sieti

Definícia Petriho siete

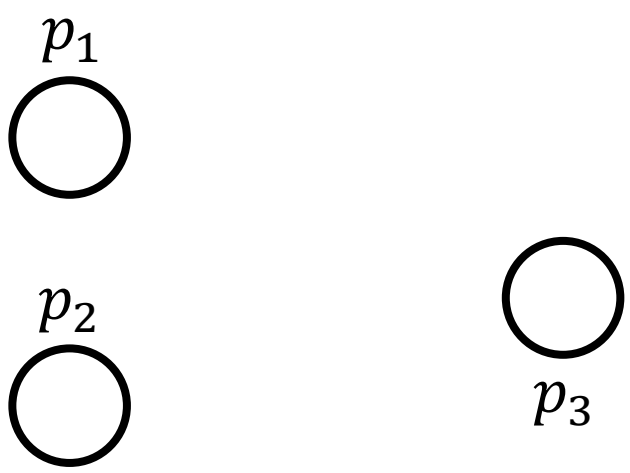
- Je definovaná 5-ticou:

$$PN = (P, T, F, W, M_0)$$

Definícia Petriho siete

- Je definovaná 5-ticou:

$$PN = (P, T, F, W, M_0)$$

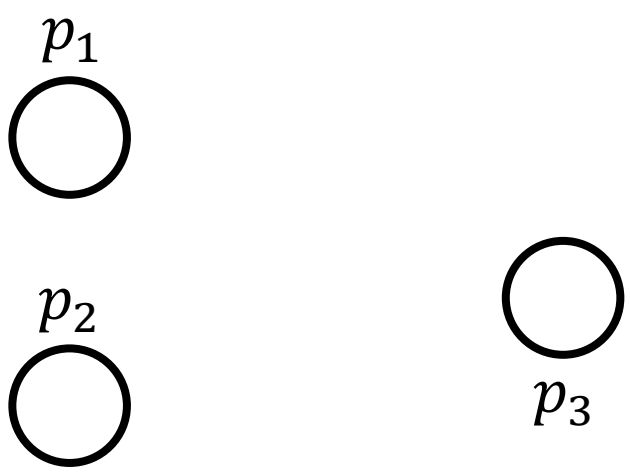


- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ je množina uzlov nazývaných miesta

Definícia Petriho siete

- Je definovaná 5-ticou:

$$PN = (P, T, F, W, M_0)$$



- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ je množina uzlov nazývaných miesta

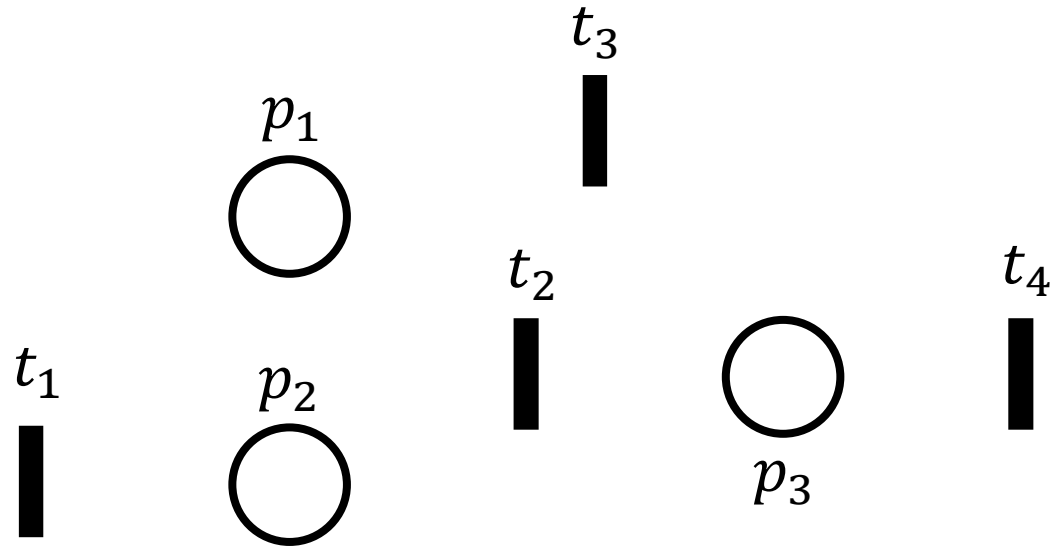
  Dajú sa chápať ako napr.:
  - fyzické miesta (zariadenia) vo výrobnej bunke
  - štádia procesov
  - počítadlá
  - argumenty podmienok

  ...

Definícia Petriho siete

- Je definovaná 5-ticou:

$$PN = (P, T, F, W, M_0)$$

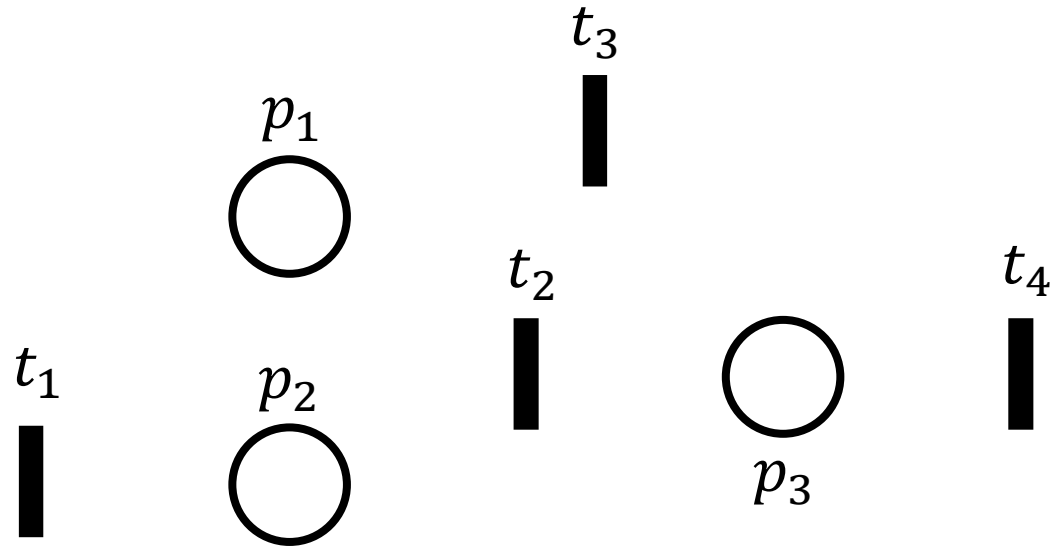


- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ je množina uzlov nazývaných miesta
- $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ je množina uzlov nazývaných prechody

Definícia Petriho siete

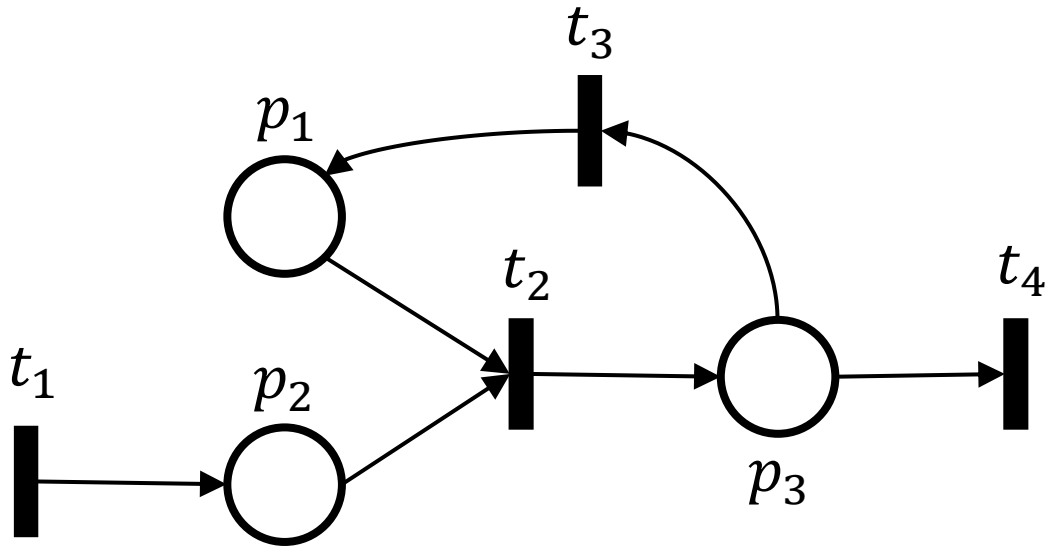
- Je definovaná 5-ticou:

$$PN = (P, T, F, W, M_0)$$



- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ je množina uzlov nazývaných miesta
- $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ je množina uzlov nazývaných prechody
  S prechodmi sú asociované udalosti, ktorých výskyt spúšťa príslušné prechody

Definícia Petriho siete

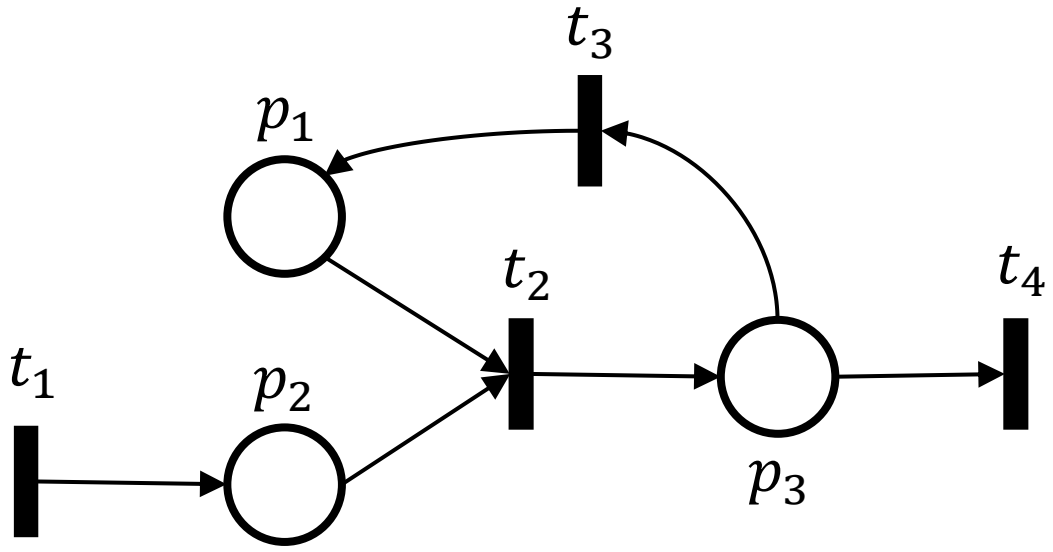


- Je definovaná 5-ticou:

$$PN = (P, T, F, W, M_0)$$

- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ je množina uzlov nazývaných miesta
- $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ je množina uzlov nazývaných prechody
- $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ je množina orientovaných hrán v sieti

Definícia Petriho siete



- Je definovaná 5-ticou:

$$PN = (P, T, F, W, M_0)$$

- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ je množina uzlov nazývaných miesta
- $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ je množina uzlov nazývaných prechody
- $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ je množina orientovaných hrán v sieti

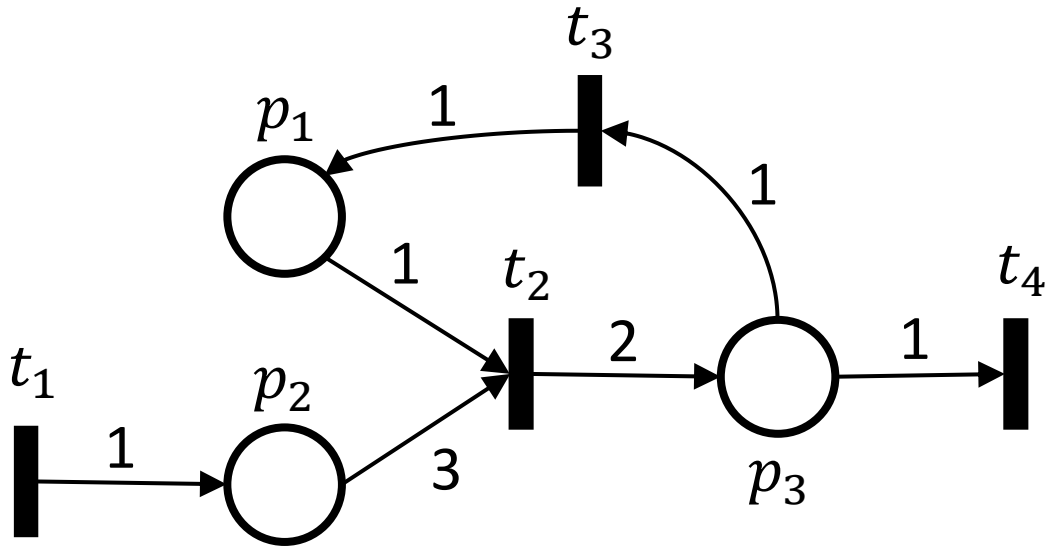
  Hranu udáva usporiadaná dvojica, napr.:

  $(p_2, t_2) \in F, \quad (t_2, p_3) \in F, \quad (p_1, t_3) \notin F$

Definícia Petriho siete

- Je definovaná 5-ticou:

$$PN = (P, T, F, W, M_0)$$

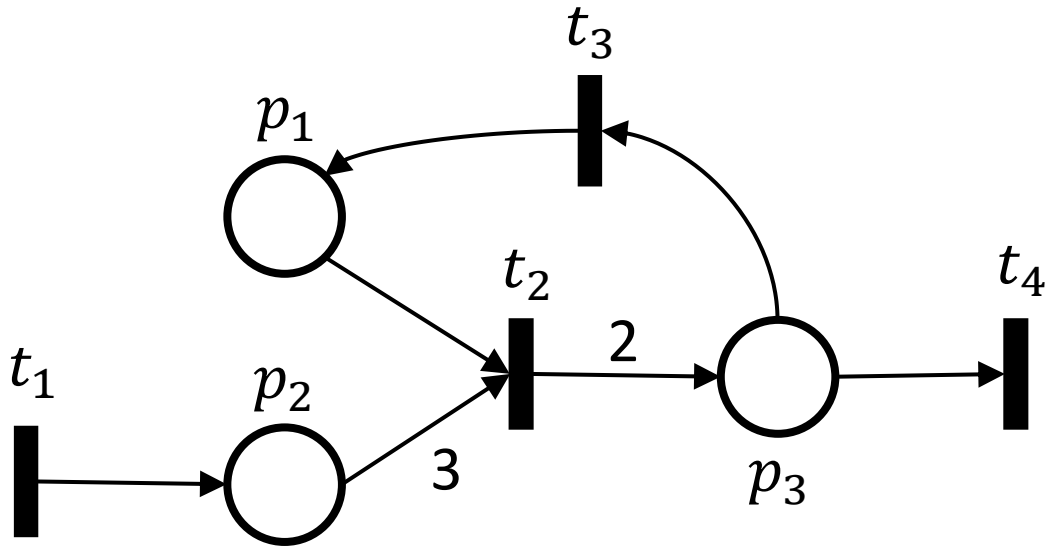


- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ je množina uzlov nazývaných miesta
- $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ je množina uzlov nazývaných prechody
- $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ je množina orientovaných hrán v sieti
- $W\colon F \to I^+$ je váhová funkcia – priraďuje celé čísla hranám

Definícia Petriho siete

- Je definovaná 5-ticou:

$$PN = (P, T, F, W, M_0)$$

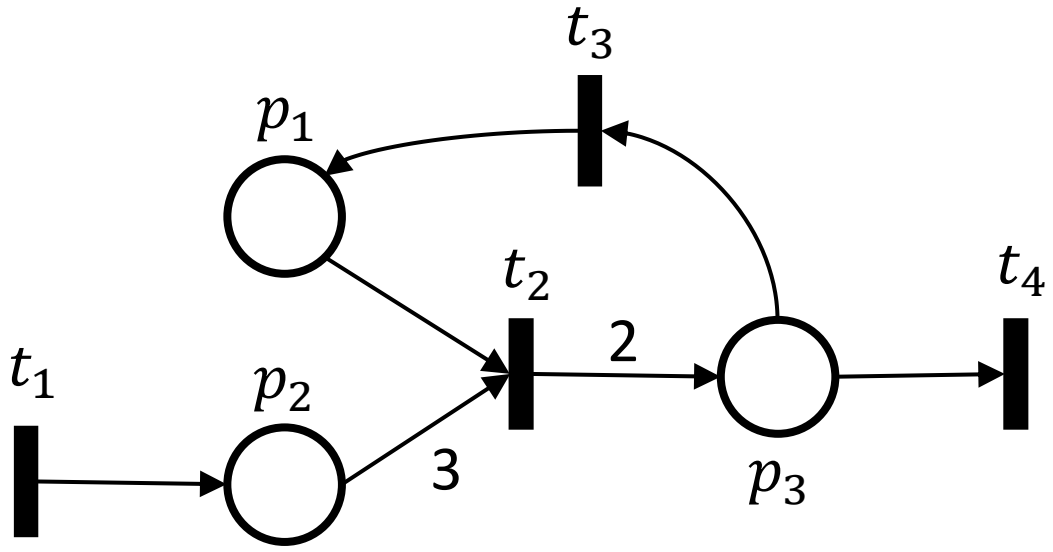


- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ je množina uzlov nazývaných miesta
- $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ je množina uzlov nazývaných prechody
- $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ je množina orientovaných hrán v sieti
- $W\colon F \to I^+$ je váhová funkcia – priraďuje celé čísla hranám
  Váha s hodnotou 1 sa do grafu neuvádza

Definícia Petriho siete

- Je definovaná 5-ticou:

$$PN = (P, T, F, W, M_0)$$



- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ je množina uzlov nazývaných miesta
- $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ je množina uzlov nazývaných prechody
- $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ je množina orientovaných hrán v sieti
- $W\colon F \to I^+$ je váhová funkcia – priraďuje celé čísla hranám

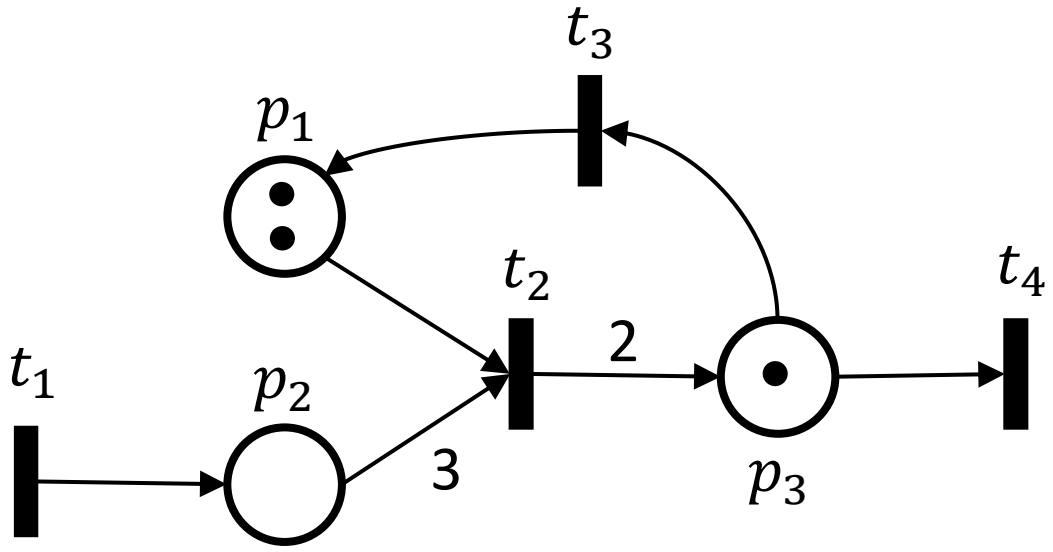
  Váha s hodnotou 1 sa do grafu neuvádza

  Hodnotu váhy vyjadríme napr.: $W(p_2, t_2) = 3$

Definícia Petriho siete

- Je definovaná 5-ticou:

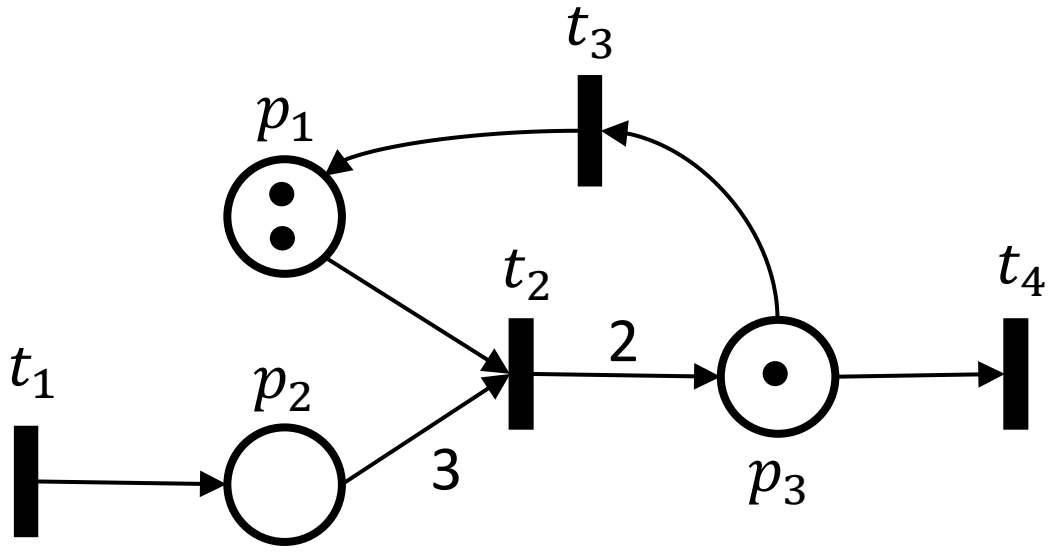
$$PN = (P, T, F, W, M_0)$$



- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ je množina uzlov nazývaných miesta
- $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ je množina uzlov nazývaných prechody
- $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ je množina orientovaných hrán v sieti
- $W\colon F \to I^+$ je váhová funkcia – priraďuje celé čísla hranám
- $M_0\colon P \to I^+ \cup \{0\}$ je funkcia počiatočného označkovania miest – priraďuje počiatočný počet značiek miestam

Stav Petriho siete

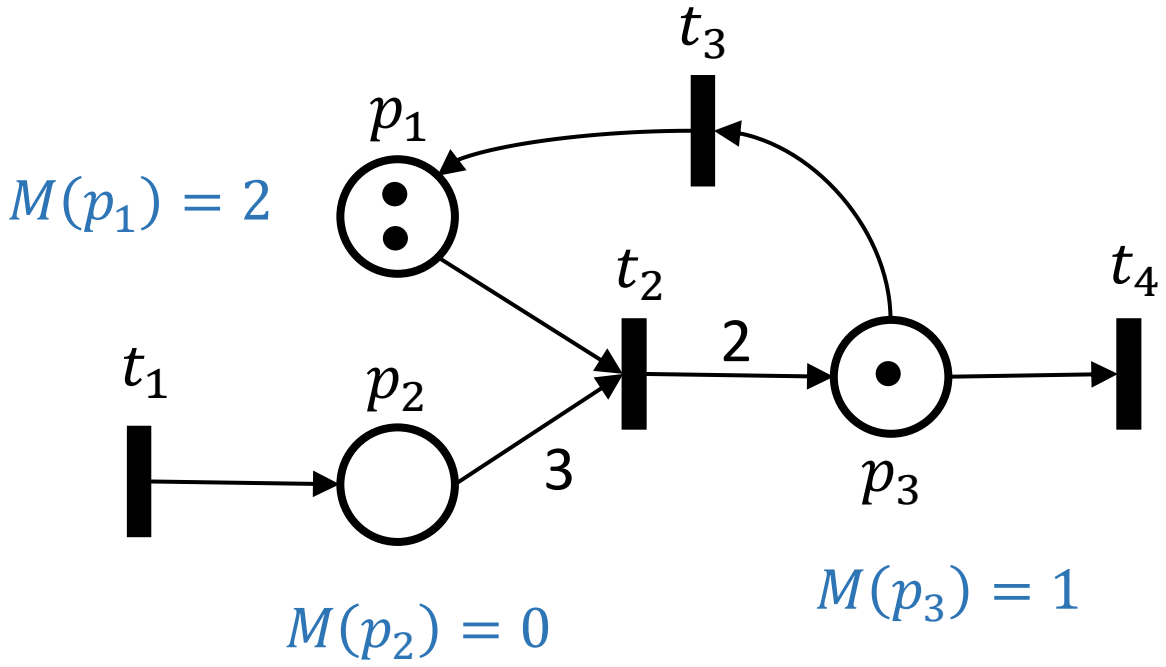
- Je daný:
  Aktuálnym rozmiestnením značiek



- Značky konkrétneho miesta predstavujú hodnotu modelovaného atribútu
  - Prítomnosť výrobku v stroji
  - Počet dielcov v zásobníku
  - Počet voľných kapacít zariadenia
  - Pripravenosť procesu alebo zariadenia
  - Záznam o výskyte nejakej udalosti
  - Registrácia požiadavky na nejakú operáciu
  - ...

Stav Petriho siete

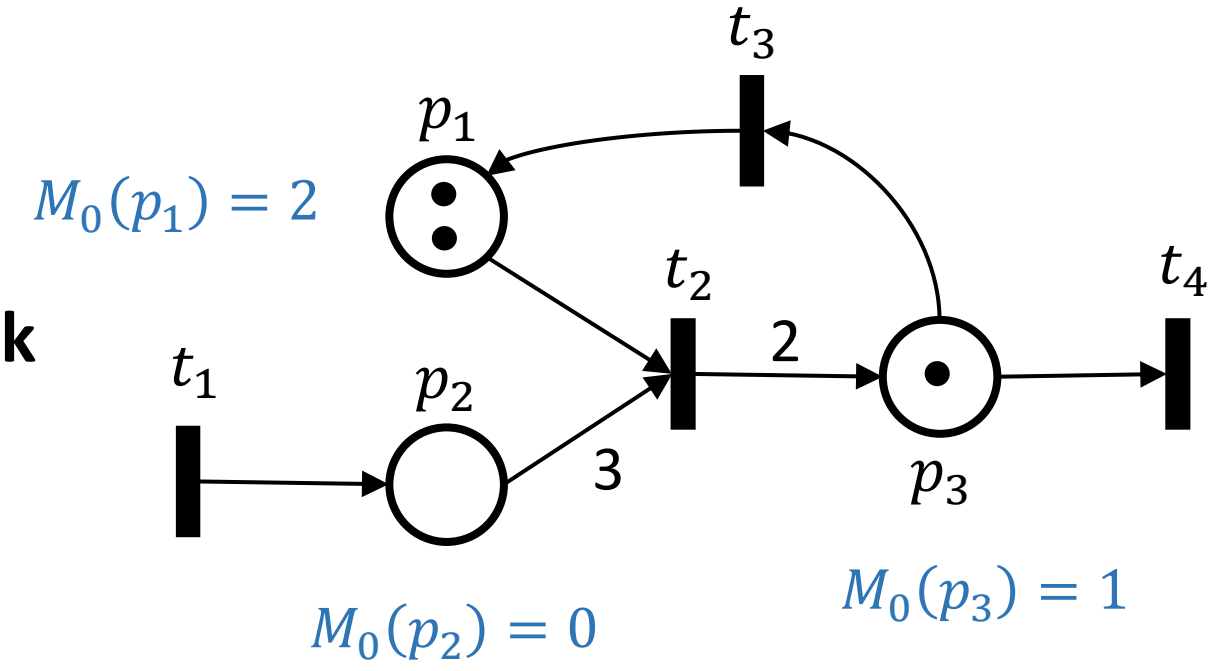
- Je daný:
  Aktuálnym rozmiestnením značiek



- $M(p)$ - označkovanie miesta p
  - Funkcia $M(p)$ vracia počet značiek v jednotlivých miestach p

Stav Petriho siete

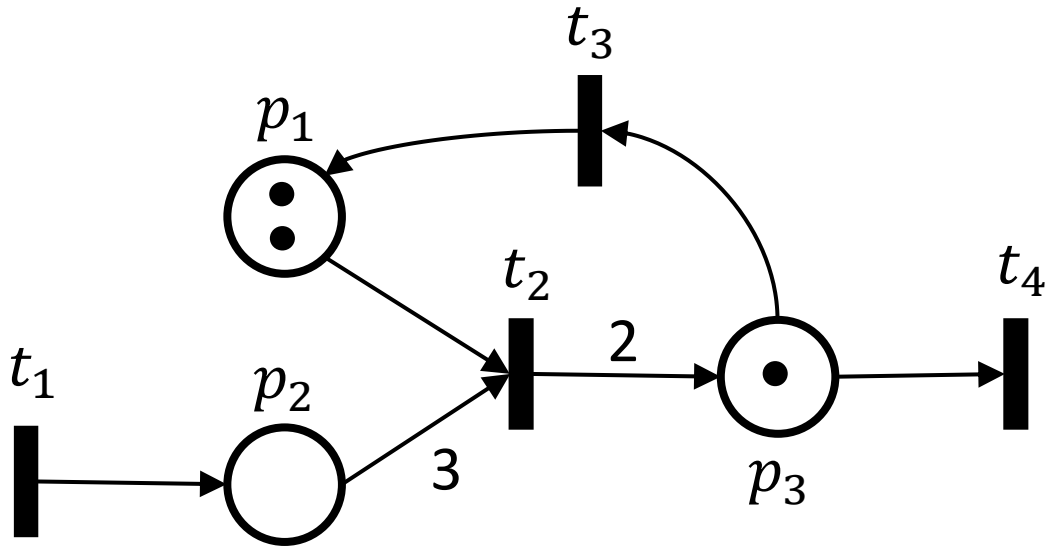
- Je daný:
  Aktuálnym rozmiestnením značiek



- $M_0(p)$ - <u>počiatočné</u> označkovanie miesta p
  - Funkcia $M_0(p)$ priraďuje <u>počiatočný</u> počet značiek jednotlivým miestam p

Stav Petriho siete

- Je daný:
  Aktuálnym rozmiestnením značiek

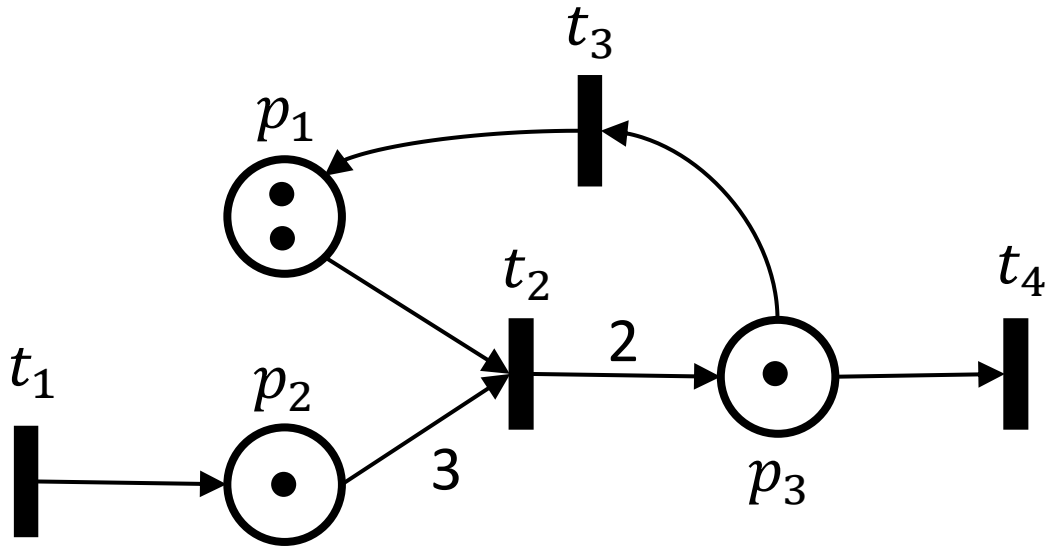


$\boldsymbol{m}_0$: vektor počiatočného označkovania → počiatočný stav systému

$$\boldsymbol{m}_0 = \begin{pmatrix} M_0(p_1) \\ M_0(p_2) \\ M_0(p_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Stav Petriho siete

- Je daný:
  Aktuálnym rozmiestnením značiek



$\boldsymbol{m}_0$: vektor počiatočného označkovania → počiatočný stav systému

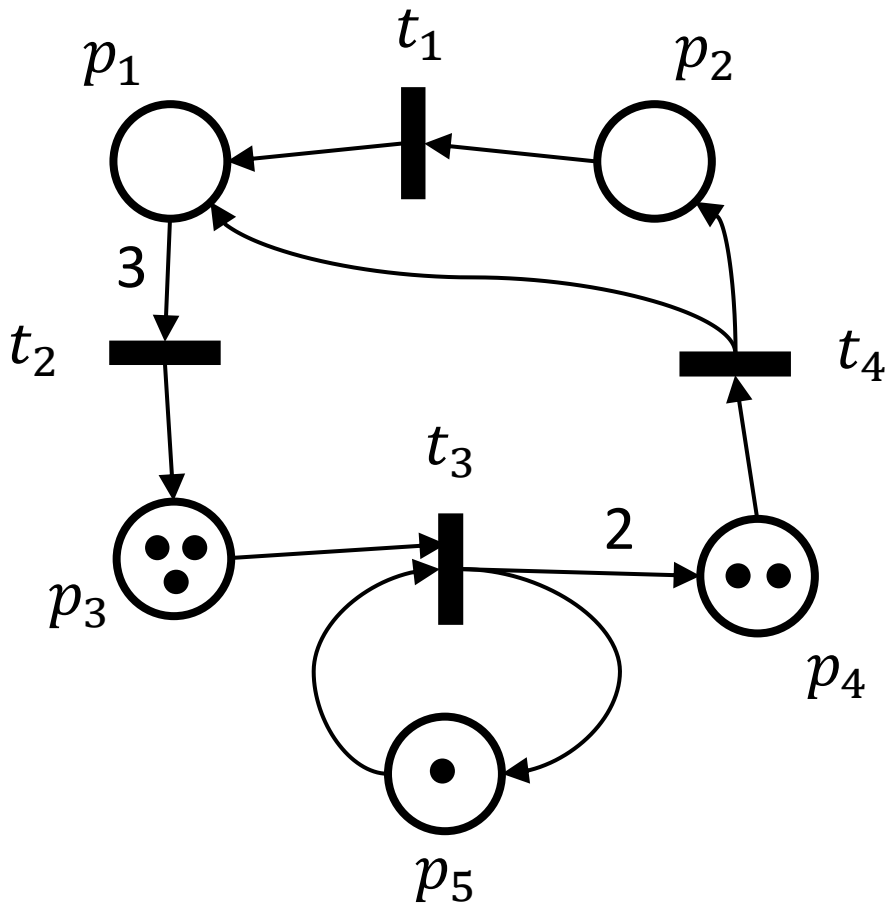
$\boldsymbol{m}$: vektor aktuálneho označkovania → aktuálny stav systému

Spúšťaním prechodov sa mení rozmiestnenie značiek

$$\boldsymbol{m} = \begin{pmatrix} M(p_1) \\ M(p_2) \\ M(p_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Stav Petriho siete – príklad

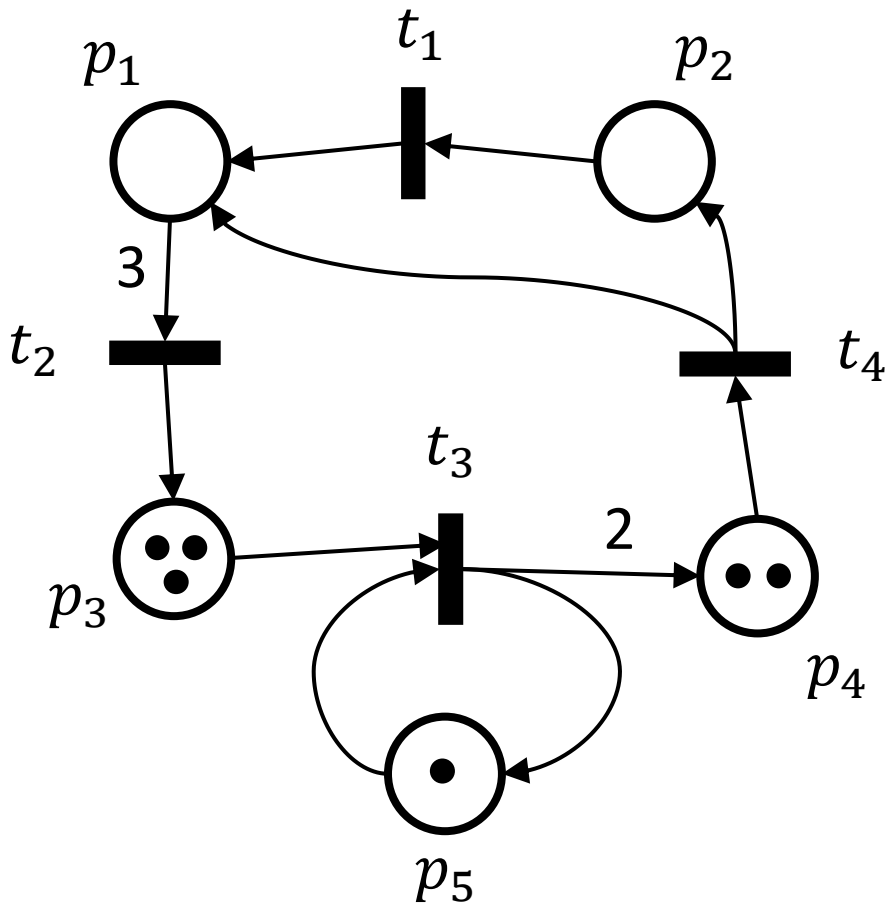
- V akom stave je PS na obrázku?



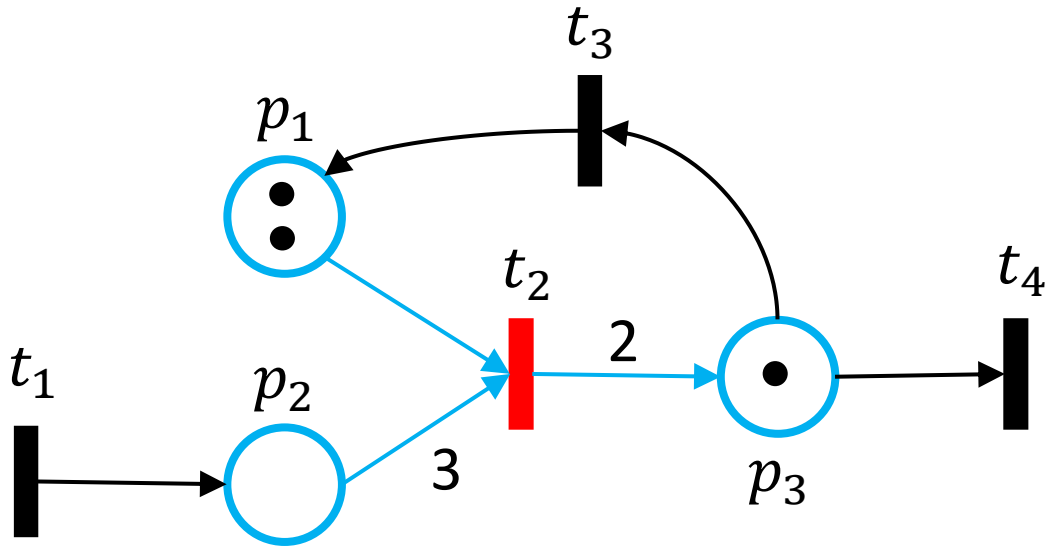
Stav Petriho siete – príklad

- V akom stave je PS na obrázku?

$$\boldsymbol{m} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Podmnožiny miest

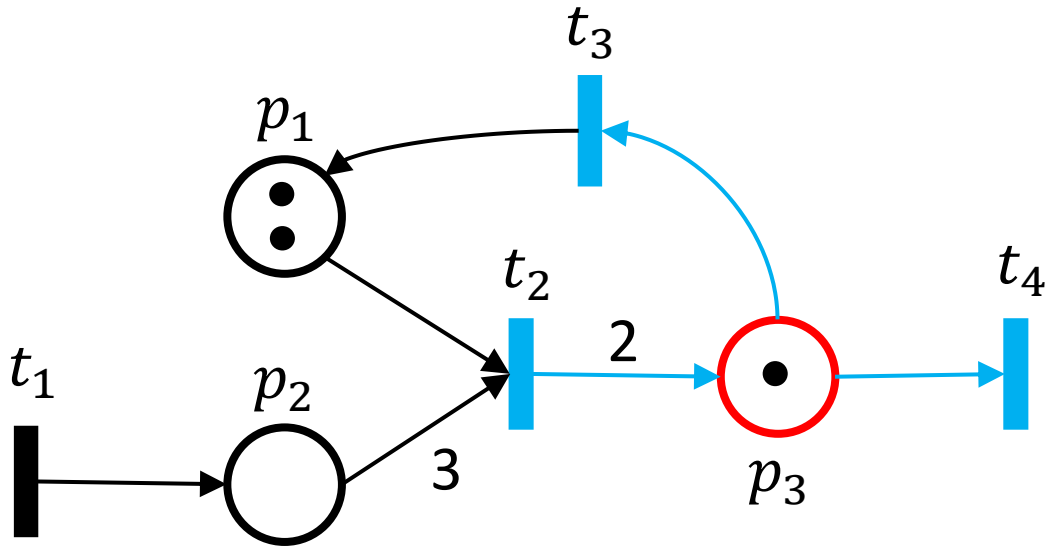


$$PN = (P, T, F, W, M_0)$$

- Množina vstupných miest $^{\bullet}t \subseteq P$
  - je množina všetkých miest p, z ktorých vedie hrana do prechodu t $\quad {}^{\bullet}t_2 = \{p_1, p_2\}$

- Množina výstupných miest $t^{\bullet} \subseteq P$
  - je množina všetkých miest p, do ktorých vedie hrana z prechodu t $\quad t_2^{\bullet} = \{p_3\}$

Podmnožiny prechodov



$$PN = (P, T, F, W, M_0)$$

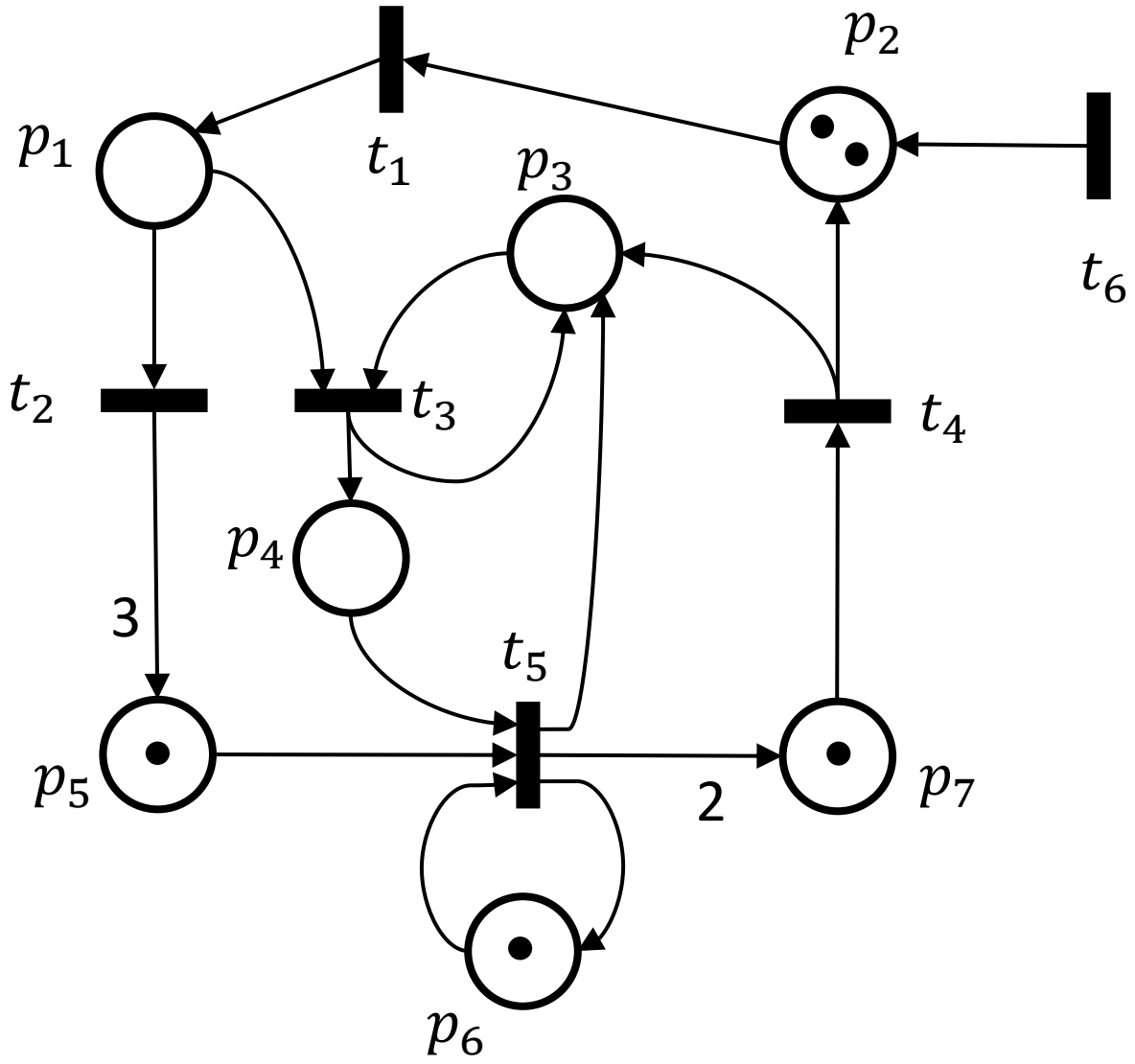
- Množina vstupných prechodov ${}^{\bullet}p \subseteq T$
  - je množina všetkých prechodov t, z ktorých vedie hrana do miesta p ${}^{\bullet}p_3 = \{t_2\}$

- Množina výstupných prechodov $p^{\bullet} \subseteq T$
  - je množina všetkých prechodov t, do ktorých vedie hrana z miesta p $p_3^{\bullet} = \{t_3, t_4\}$

Vstupné a výstupné miesta i prechody – príklad

- Čomu sa rovná:

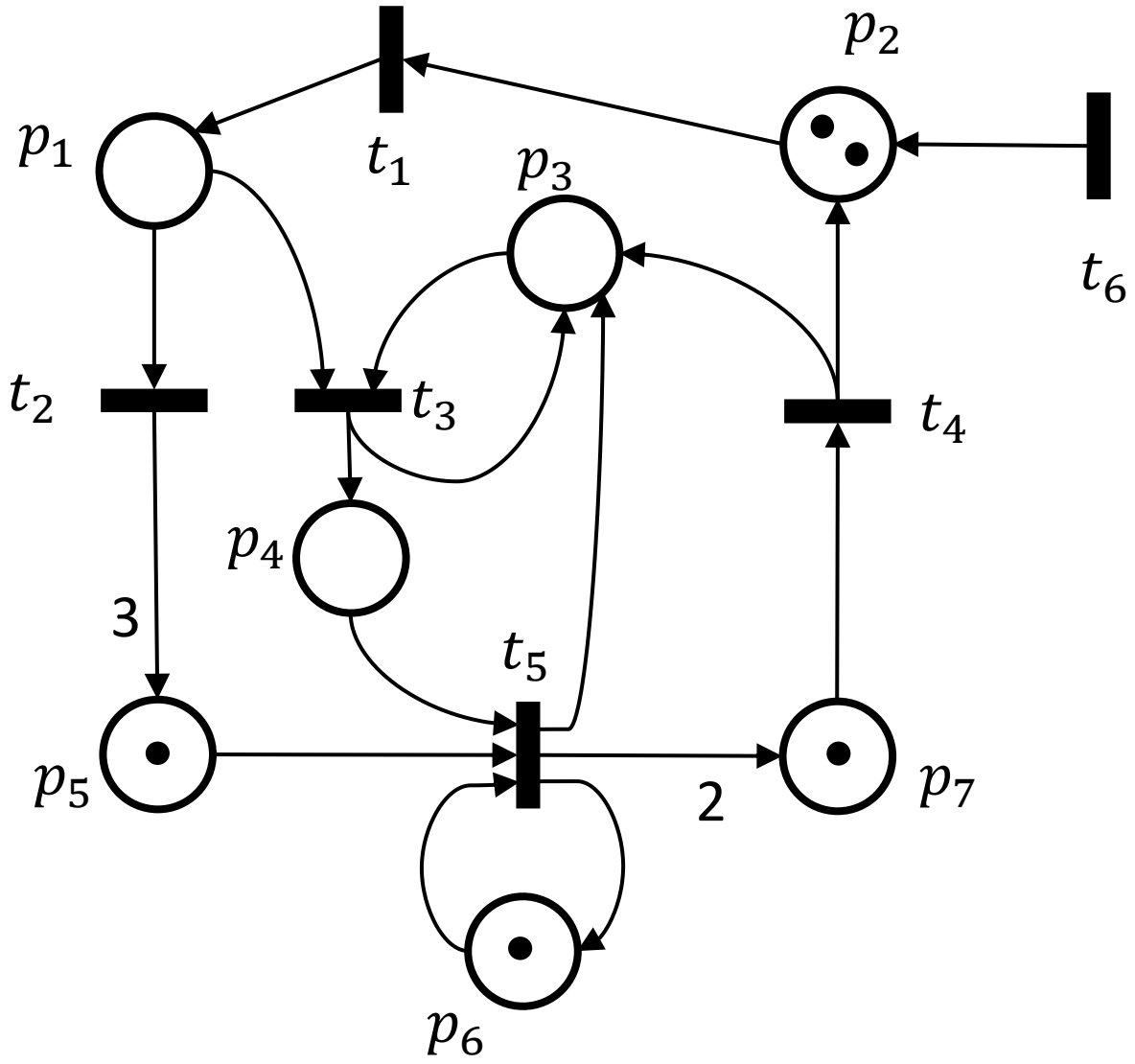
$$^{\bullet}p_3 =$$
$$t_3^{\bullet} =$$
$$^{\bullet}t_5 =$$
$$^{\bullet}p_6 =$$
$$p_1^{\bullet} =$$
$$t_5^{\bullet} =$$
$$^{\bullet}t_6 =$$



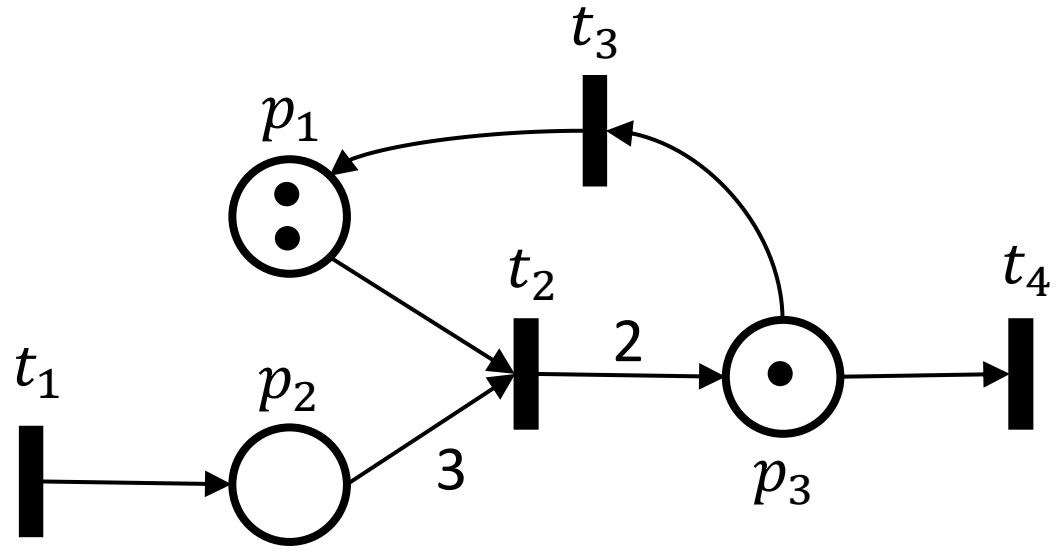
Vstupné a výstupné miesta i prechody – príklad

- Čomu sa rovná:

$$^{\bullet}p_3 = \{t_3, t_4, t_5\}$$
$$t_3^{\bullet} = \{p_3, p_4\}$$
$$^{\bullet}t_5 = \{p_4, p_5, p_6\}$$
$$^{\bullet}p_6 = \{t_5\}$$
$$p_1^{\bullet} = \{t_2, t_3\}$$
$$t_5^{\bullet} = \{p_3, p_6, p_7\}$$
$$^{\bullet}t_6 = \emptyset$$



Spustiteľnosť prechodu t



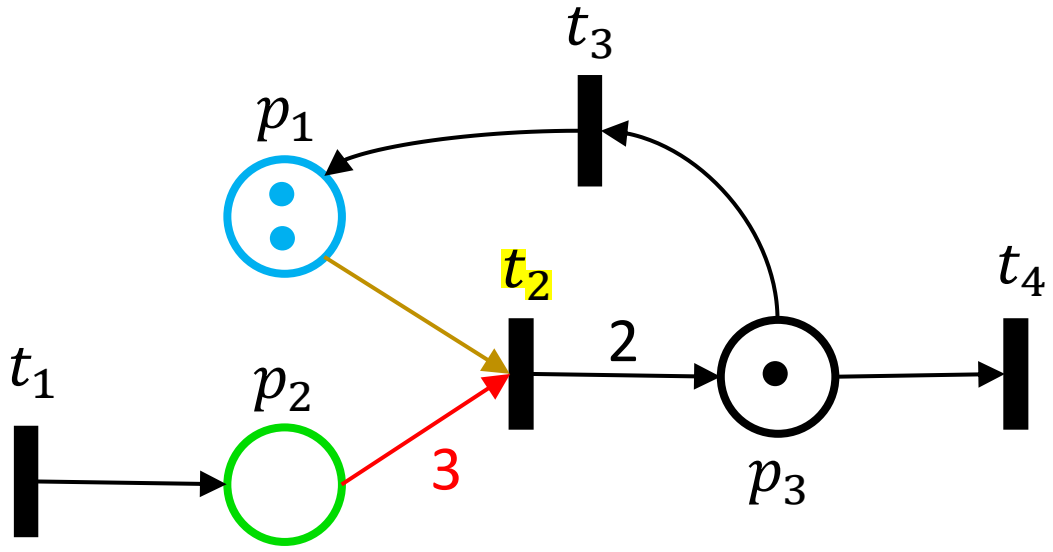
- Prechod t je spustiteľný práve vtedy, keď:

a) pre každé $p \in {}^{\bullet}t$ platí $M(p) \geq W(p,t)$

alebo

b) prechod t je zdrojovým prechodom, teda ${}^{\bullet}t = \emptyset$

Spustiteľnosť prechodu t



- Prechod t je spustiteľný práve vtedy, keď:

Prechod t_2 nie je práve spustiteľný

a) pre každé $p \in {}^{\bullet}t$ platí $M(p) \geq W(p,t)$

${}^{\bullet}t_2 = \{p_1, p_2\}$

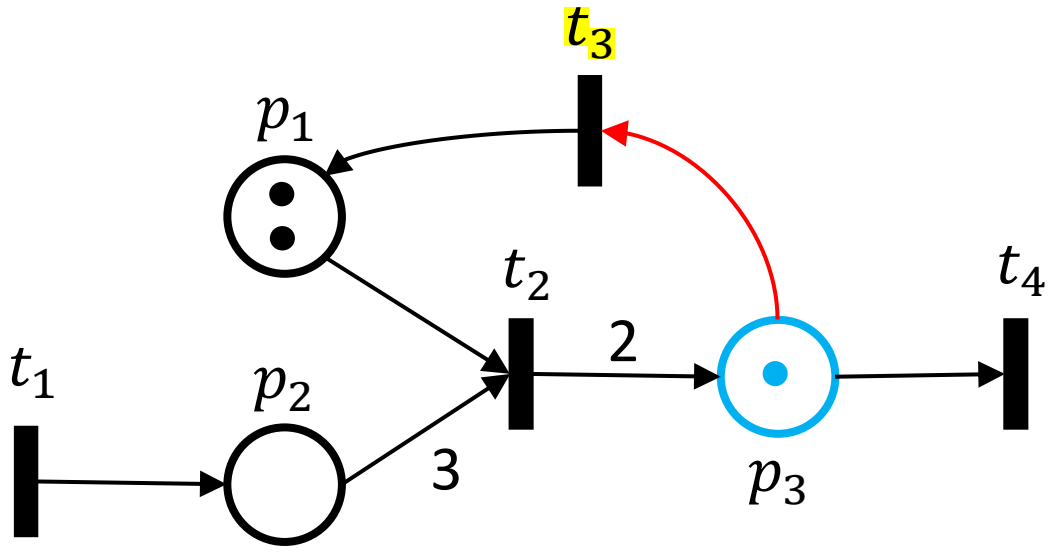
$M(p_1) = 2 \geq 1 = W(p_1, t_2)$

$M(p_2) = 0 \ngeq 3 = W(p_2, t_2)$

alebo

b) prechod t je zdrojovým prechodom, teda ${}^{\bullet}t = \emptyset$

Spustiteľnosť prechodu t



- Prechod t je spustiteľný práve vtedy, keď:

Prechod t_3 je práve spustiteľný

a) pre každé $p \in {}^{\bullet}t$ platí $M(p) \geq W(p,t)$

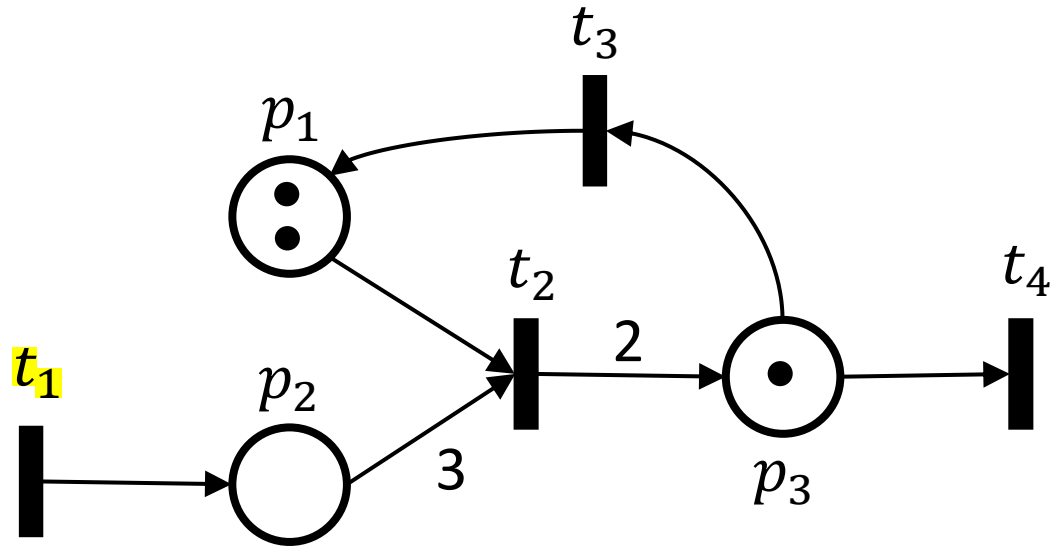
${}^{\bullet}t_3 = \{p_3\}$

$M(p_3) = 1 \geq 1 = W(p_3, t_3)$

alebo

b) prechod t je zdrojovým prechodom, teda ${}^{\bullet}t = \emptyset$

Spustiteľnosť prechodu t



- Prechod t je spustiteľný práve vtedy, keď:

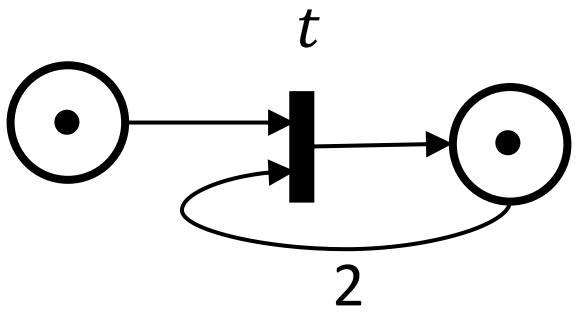
Prechod t_1 je vždy spustiteľný

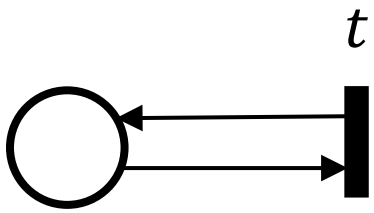
a) pre každé $p \in {}^{\bullet}t$ platí $M(p) \geq W(p,t)$

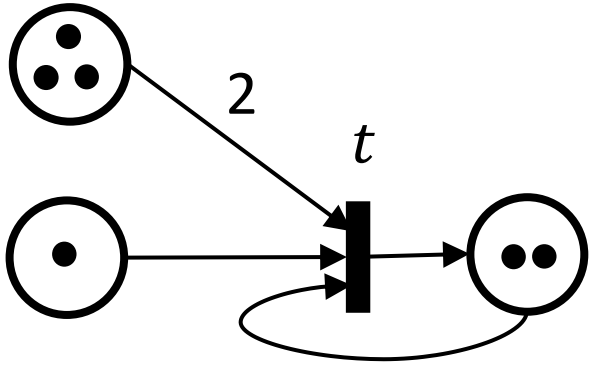
alebo

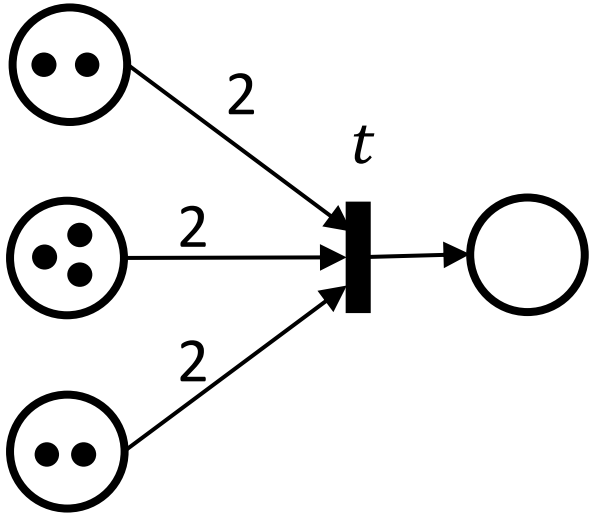
b) prechod t je zdrojovým prechodom, teda ${}^{\bullet}t = \emptyset$ ${}^{\bullet}t_1 = \emptyset$

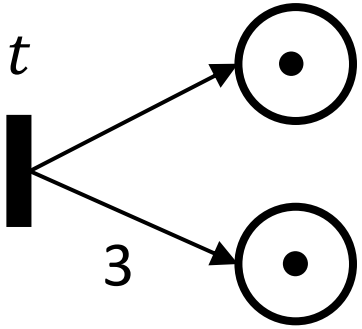
Príklad: Ktorý prechod t je spustiteľný?

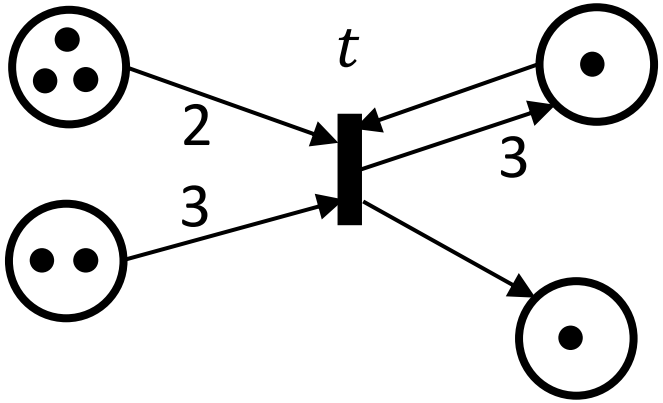
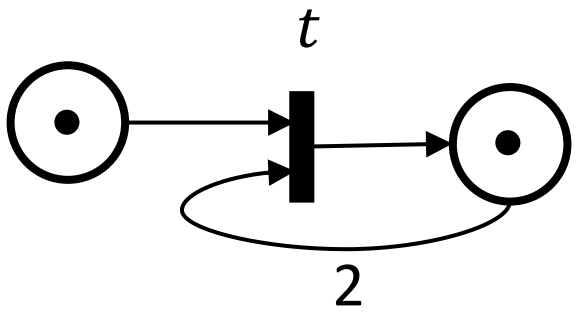
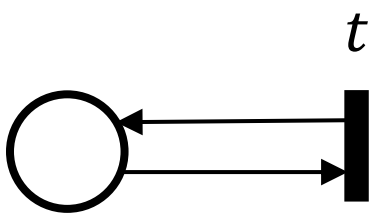
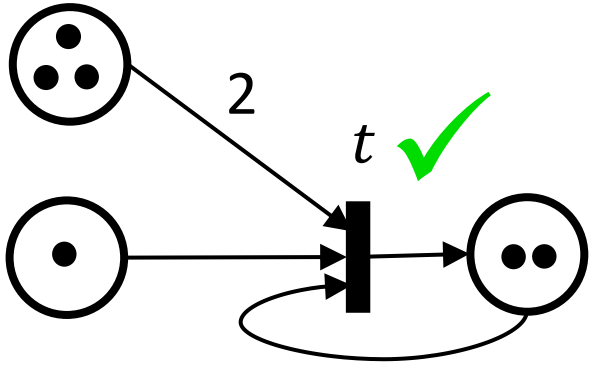
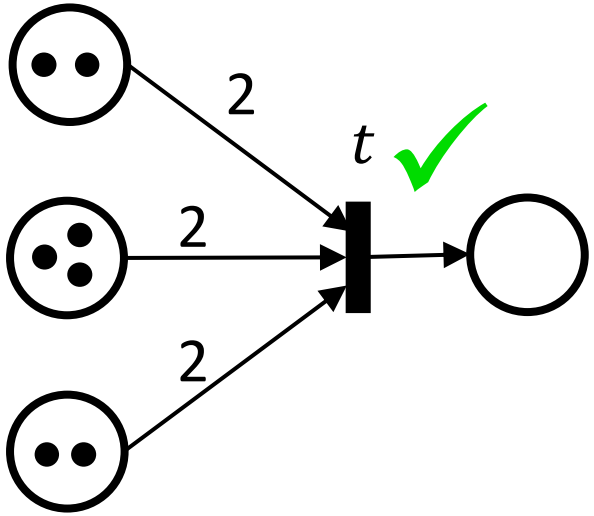
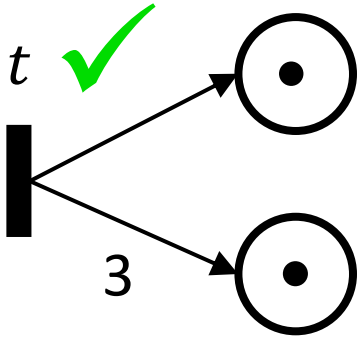
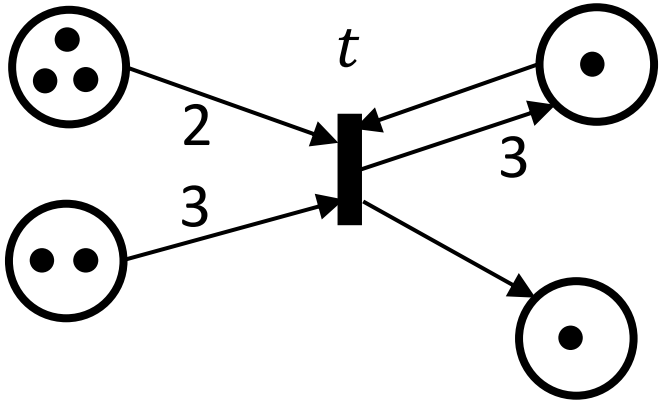












Príklad: Ktorý prechod t je spustiteľný?