

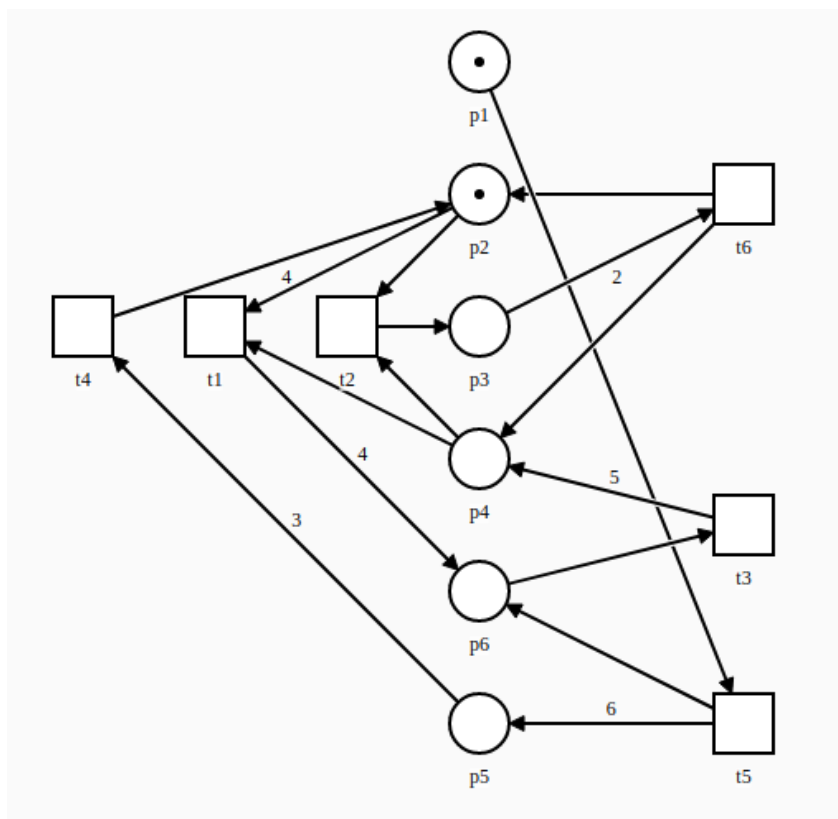
1 Hodnotenie OT

Spôsob hodnotenia jednotlivých úloh:

1. 4b: 1b za správnu definíciu + 1b za každú maticu
2. 8b: 4b za správny výsledok + 4b za správny záver
3. 8b: 4b za správny výsledok + 4b za správny záver
4. 10b: 2b za správne označenie vrcholov + 2b za správne určenie omega značkování + 6b za správny strom
5. 4b: 4b bez chyby; 2b s jednou chybou; 0b s dva a viac chybami
6. 6b: 1,5b za spustiteľné postupnosti + 1,5b za správne nerovnice + 1,5b za zakázané pokračovania + 1,5b za správne nerovnice
7. 10b: 2b za správne doplnené určujúce miesta + 6b za správny graf + 2b za statické miesta a generátor
8. 5b: 1b za správnu odpoveď + 4b za zdôvodnenie
9. 5b: 1b za správnu odpoveď + 4b za zdôvodnenie

2 Skúška OT

2.1 Napíšte definíciu pre PS z obrázka v tvare (P, T, I, O, m_0) . K danej PS vypočítajte aj incidenčnú maticu. // Write the definition for the PN from the image below in the form (P, T, I, O, m_0) . Calculate the incidence matrix for the given PN.



$$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6\}$$
$$T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6\}$$
$$m_0 = (1, 1, 0, 0, 0, 0)$$

I	O	C
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 6 & 0 \\ 4 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

2.2 Vypočítajte P-invariant pre PS z prvej úlohy. Na základe P-invariantu urobte záver o vlastnostiach siete. // Calculate the P-invariant of the PN from question 1. Based on the P-invariant make conclusions about the properties of the net.

Sieť je rovnaká ako v prvej úlohe.

P-invarianty sú uvádzané ako stĺpcové vektory kvôli prehľadnosti.

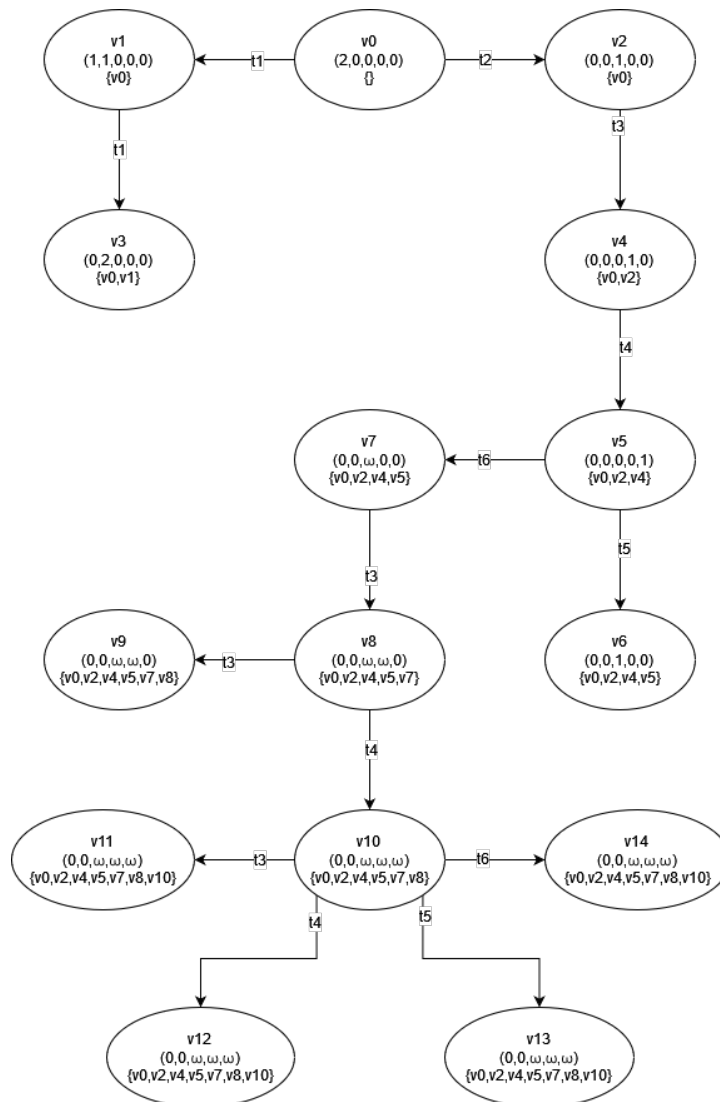
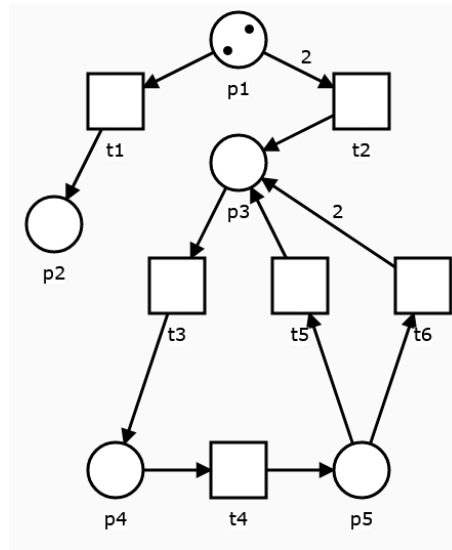
Inverzná matica	P-invariant	záver
$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	Nevieme rozhodnúť, či je sieť ohraničená

2.3 Vypočítajte T-invariant pre PS z prvej úlohy. Na základe T-invariantu urobte záver o vlastnostiach siete. // Calculate the T-invariant of the PN from question 1. Based on the T-invariant make conclusions about the properties of the net.

Sieť je rovnaká ako v prvej úlohe.

T-invariant	záver
$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	Sieť nie je reverzibilná

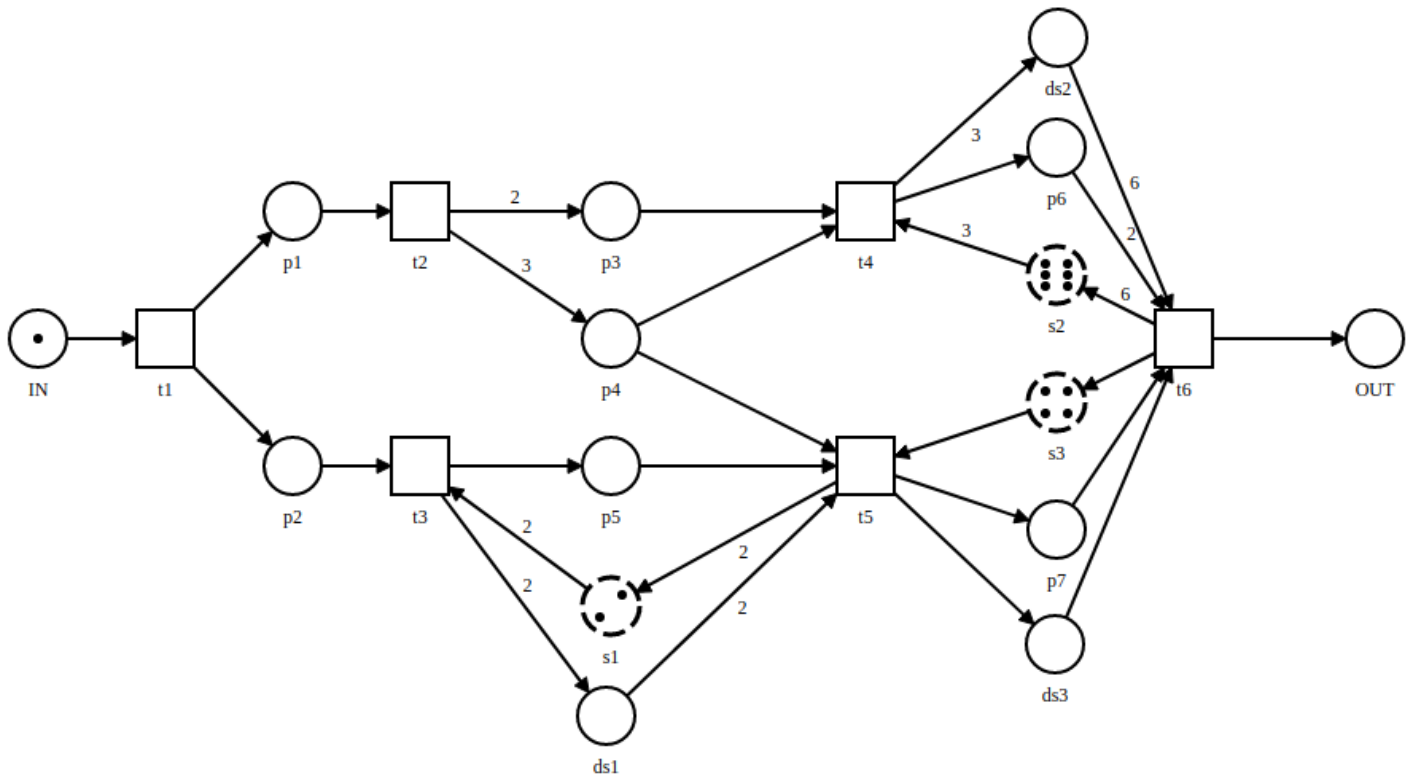
2.4 Nakreslite Strom pokrytia zo zadanej PS na obrázku. // Construct the coverability tree from the PN specified on the image below.



2.5 Určte maximálnu hladinu živosti prechodov PS na obrázku. // Determine the maximal liveness for transitions of the given PN.

Sieť je rovnaká ako vo štvrtej úlohe.
 Prechody t_1 a t_2 sú L1 živé.
 Ostatné prechody sú L3 živé.

2.6 K PS napíšte 2 spustiteľné postupnosti minimálnej dĺžky 3. K obom postupnostiam napíšte všetky nerovnice, ktoré zabezpečujú ich spustiteľnosť. K PS napíšte 2 nesprávne pokračovania minimálnej dĺžky 3 a nerovnice, ktoré zabráňujú ich spusteniu. // For the given PN write 2 firing sequences of minimal length 3. For both sequences write all inequalities, that ensure their executability. For the given PN write 2 wrong continuations of minimal length 3 and inequalities, that prevent their execution.



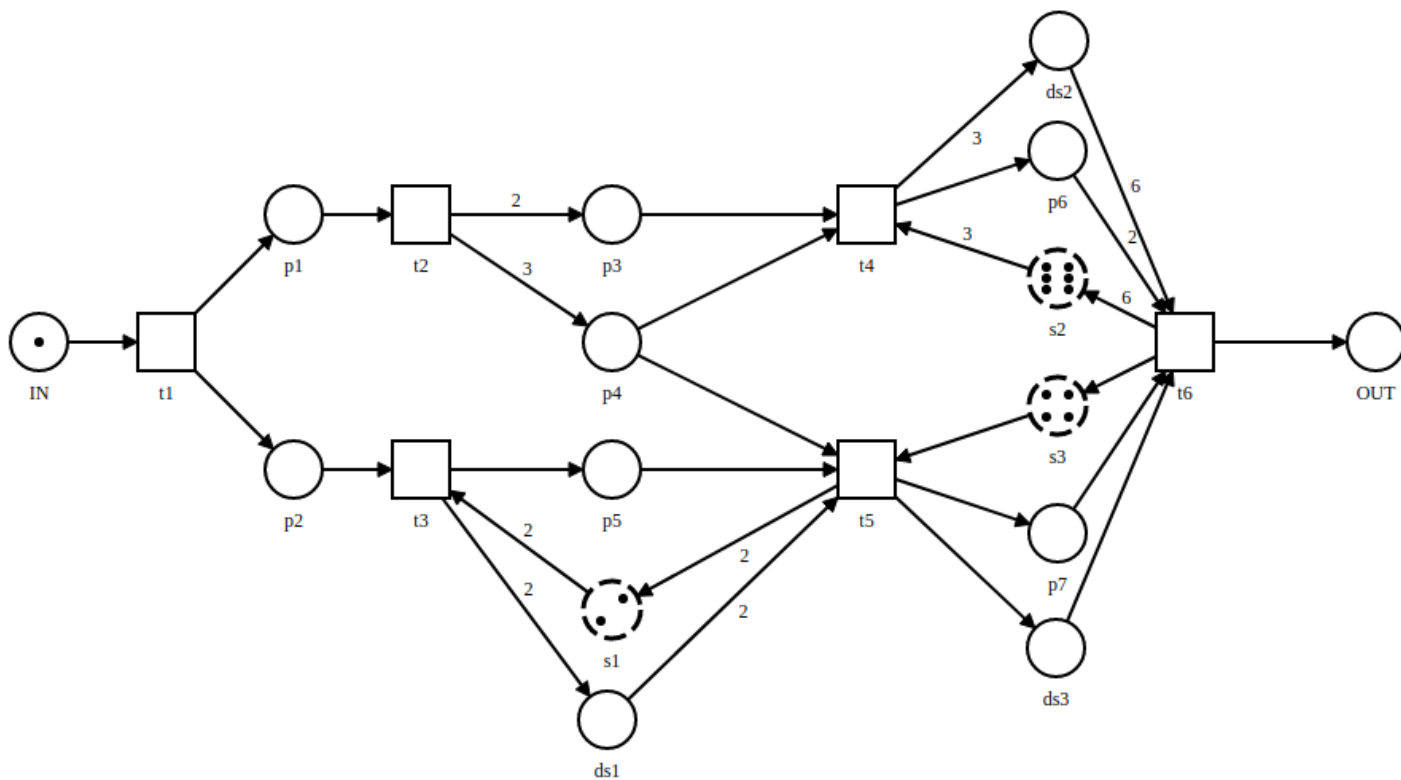
Spustiteľných postupností existuje viac. Uvádzame možné riešenie.

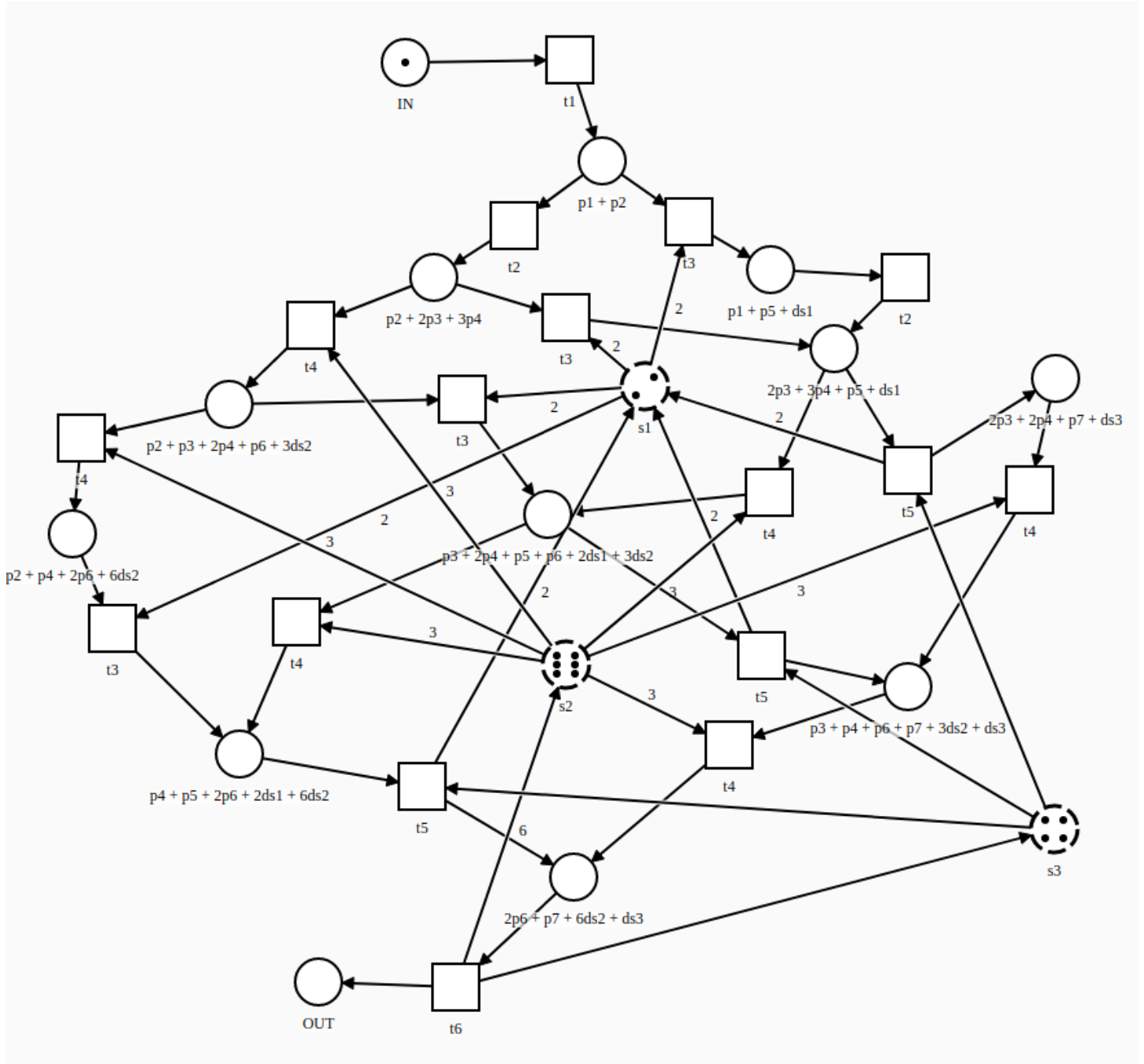
Spustiteľné postupnosti	nerovnice
$t_1 t_2 t_3$	$m \geq t_{1c}$
$t_1 t_2 t_3 t_4$	$m + t_{1p} - t_{1c} \geq t_{2c}$
	$m + t_{1p} - t_{1c} + t_{2p} - t_{2c} \geq t_{3c}$
	$m + t_{1p} - t_{1c} + t_{2p} - t_{2c} + t_{3p} - t_{3c} \geq t_{4c}$

Nesprávne pokračovania	nerovnice
$t_1 t_2 t_2$	$m + t_{1p} - t_{1c} + t_{2p} - t_{2c} < t_{2c}$
$t_1 t_3 t_3$	$m + t_{1p} - t_{1c} + t_{3p} - t_{3c} < t_{3c}$

2.7 Doplňte do zadanej siete určujúce miesta, a zostrojte sieť dosiahnuteľnosti. // Add complementary places to the given PN and construct the reachability net.

Uvádzame sieť doplnenú o určujúce miesta.





2.8 Majme strom pokrytia neohraničenej Petriho siete. V strome sa nachádzajú minimálne dva vrcholy s rovnakým značkováním. Platí, že pre ľubovoľnú dvojicu z nich bude nasledovať za oboma vrcholmi rovnaký počet vrcholov? (Platí, že oba vrcholy budú mať rovnaký počet potomkov?) Zdôvodnite. // Let there be a coverability tree of an unbounded Petri net. There are at least two vertices with the same markings in the tree. Is it true, that for any pair of them, the same number of vertices will follow both vertices? (Is it true that both vertices will have the same number of descendants?) Justify your answer.

Neplatí

Keďže je sieť neohraničená, tak aspoň jeden z listov stromu bude obsahovať omegu v aspoň jednom mieste.

Toto tvrdenie sa dá dokázať napr. sporom - predpokladajme, že máme neohraničenú sieť a jej strom pokrytia neobsahuje omegu v žiadnom liste. Keďže sa omega prenáša, tak ju tento strom nemôže obsahovať ani vo vnútorných vrcholoch, inak

by nebolo možné aby nebola v žiadnom liste. To znamená, že v žiadnom značkovaní nemám omega a teda ak zoberiem maximálny počet značiek pre každé miesto zo všetkých vrcholov stromu získam horné ohraničenie každého miesta. Ak viem zostrojiť horné ohraničenie, tak je sieť ohraničená, čo je v spore s naším predpokladom, že je neohraničená. Keďže jeden z listov obsahuje omegu, tak sa musí jednať o vrchol so zopakovaným značkovaním - keby to bol vrchol kde sa toto omega značkovanie vyskytlo prvýkrát, tak by nebol listom.

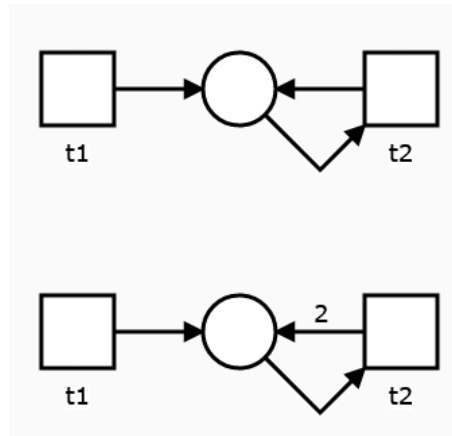
Dôkaz tohto tvrdenia je jednoduchý. Predchodcom tohto vrchola je vrchol s ostro menším značkovaním - musí platiť inak nezískam omegu. Keďže je to náš predchodca existuje z neho ku nám spustiteľná postupnosť prechodov. Táto postupnosť je spustiteľná aj z nášho omega vrcholu, keďže ten má väčšie značkovanie ako náš predchodca z ktorého bola táto postupnosť spustiteľná. Tým pádom existuje aspoň jeden prechod ktorý viem z nášho vrcholu spustiť a musím pokračovať v zostrojovaní stromu, lebo ešte náš omega vrchol ešte nebol označený za preskúmaný - keďže nemá zhodného predchodcu. To je v spore s naším predpokladom, že náš omega vrchol je listom.

Máme teda list s omega značkovaním obsahujúcim omegu a nejaký jeho predchodca je vnútorný vrchol s rovnakým omega značkovaním. Pre túto dvojicu vrcholov neplatí tvrdenie zo zadanie, že po každom z nich má nasledovať rovnaký počet vrcholov pretože predchodca má aspoň jedného potomka - list - a list má nula potomkov (keďže je list). Teda je tvrdenie nepravdivé.

2.9 Graf pokrytia je graf, ktorý získame so stromu pokrytia, tým, že zlúčime vrcholy z rovnakým omega značkovaním. Dokážeme pomocou grafu pokrytia určiť reverzibilitu ľubovoľnej Petriho siete? Zdôvodnite. // Coverability graph is a graph, which we can create from the Coverability tree, by merging the vertices with the same omega marking. Can we use the Coverability graph to determine the reversibility of any Petri net? Justify your answer.

Nedokážeme,

pretože slučky v grafe pokrytia vedúce do/z omega značkovaní nemusia predstavovať zmenu do totožných značkovaní. Siete na obrázku majú rovnaký graf pokrytia, pričom je jedna z nich reverzibilná a druhá nie.



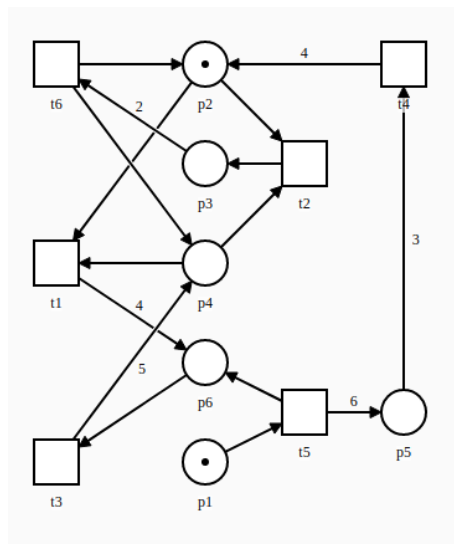
3 Hodnotenie OT 11:00

Spôsob hodnotenia jednotlivých úloh:

1. 4b: 1b za správnu definíciu + 1b za každú maticu
2. 8b: 4b za správny výsledok + 4b za správny záver
3. 8b: 4b za správny výsledok + 4b za správny záver
4. 6b: 1,5b za spustiteľné postupnosti + 1,5b za správne nerovnice + 1,5b za zakázané pokračovania + 1,5b za správne nerovnice
5. 10b: 2b za správne označenie vrcholov + 2b za správne určenie omega značkovani + 6b za správny strom
6. 4b: 4b bez chyby; 2b s jednou chybou; 0b s dva a viac chybami
7. 10b: 2b za správne doplnené určujúce miesta + 6b za správny graf + 2b za statické miesta a generátor
8. 5b: 1b za správnu odpoveď + 4b za zdôvodnenie
9. 5b: 1b za správnu odpoveď + 4b za zdôvodnenie

4 Skúška OT 11:00

- 4.1 Napište definíciu pre PS z obrázka v tvare (P, T, I, O, m_0) . K danej PS vypočítajte aj incidenčnú maticu. // Write the definition for the PN from the image below in the form (P, T, I, O, m_0) . Calculate the incidence matrix for the given PN.



$$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6\}$$

$$T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6\}$$

$$m_0 = (1, 1, 0, 0, 0, 0)$$

I	O	C
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 6 & 0 \\ 4 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

4.2 Vypočítajte P-invariant pre PS z prvej úlohy. Na základe P-invariantu urobte záver o vlastnostiach siete. // Calculate the P-invariant of the PN from question 1. Based on the P-invariant make conclusions about the properties of the net.

Sieť je rovnaká ako v prvej úlohe.

P-invarianty sú uvádzané ako stĺpcové vektory kvôli prehľadnosti.

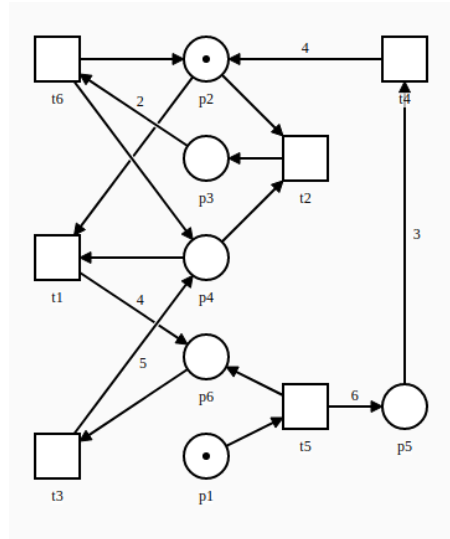
Inverzná matica	P-invariant	záver
$\begin{pmatrix} 0 & -4 & 0 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	Nevieme rozhodnúť, či je sieť ohraničená

4.3 Vypočítajte T-invariant pre PS z prvej úlohy. Na základe T-invariantu urobte záver o vlastnostiach siete. // Calculate the T-invariant of the PN from question 1. Based on the T-invariant make conclusions about the properties of the net.

Sieť je rovnaká ako v prvej úlohe.

T-invariant	záver
$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	Sieť nie je reverzibilná

- 4.4 K PS napíšte 2 spustiteľné postupnosti minimálnej dĺžky 3. K oboom postupnostiam napíšte všetky nerovnice, ktoré zabezpečujú ich spustiteľnosť. K PS napíšte 2 nesprávne pokračovania minimálnej dĺžky 3 a nerovnice, ktoré zabraňujú ich spusteniu.
 // For the given PN write 2 firing sequences of minimal length 3. For both sequences write all inequalities, that ensure their executability. For the given PN write 2 wrong continuations of minimal length 3 and inequalities, that prevent their execution.

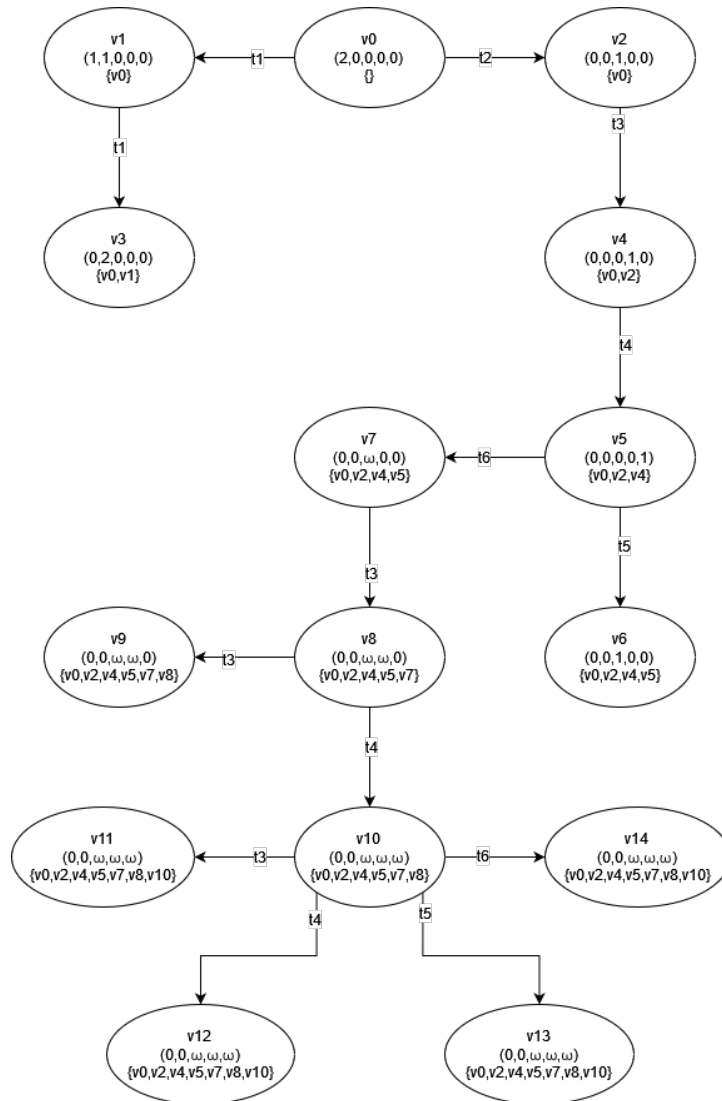
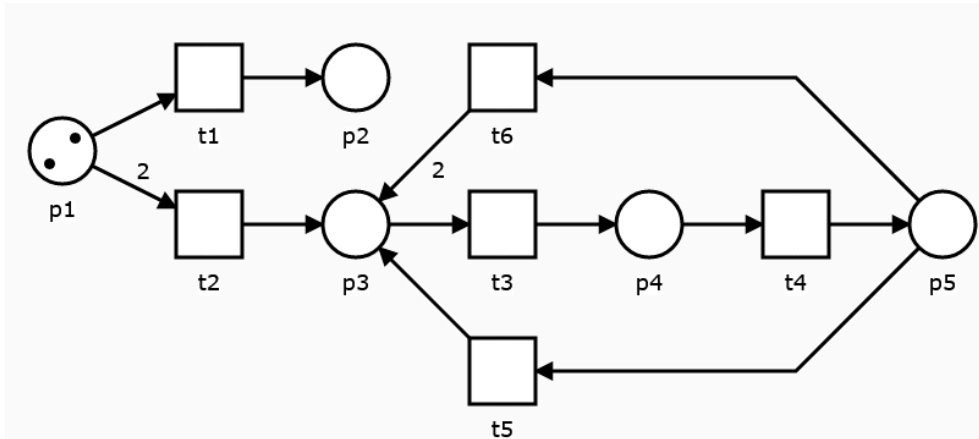


Spustiteľných postupností existuje viac. Uvádzame možné riešenie.

Spustiteľné postupnosti	nerovnice
$t_5 t_3 t_4$	$m \geq t_{1c}$
$t_5 t_3 t_4 t_4$	$m + t_{5p} - t_{5c} \geq t_{3c}$
	$m + t_{5p} - t_{5c} + t_{3p} - t_{3c} \geq t_{4c}$
	$m + t_{5p} - t_{5c} + t_{3p} - t_{3c} + t_{4p} - t_{4c} \geq t_{4c}$

Nesprávne pokračovania	nerovnice
$t_5 t_4 t_1$	$m + t_{5p} - t_{5c} + t_{4p} - t_{4c} < t_{1c}$
$t_5 t_4 t_2$	$m + t_{5p} - t_{5c} + t_{4p} - t_{4c} < t_{2c}$

4.5 Nakreslite Strom pokrytia zo zadanej PS na obrázku. // Construct the coverability tree from the PN specified on the image below.



4.6 Určte maximálnu hladinu živosti prechodov PS na obrázku. // Determine the maximal liveness for transitions of the given PN.

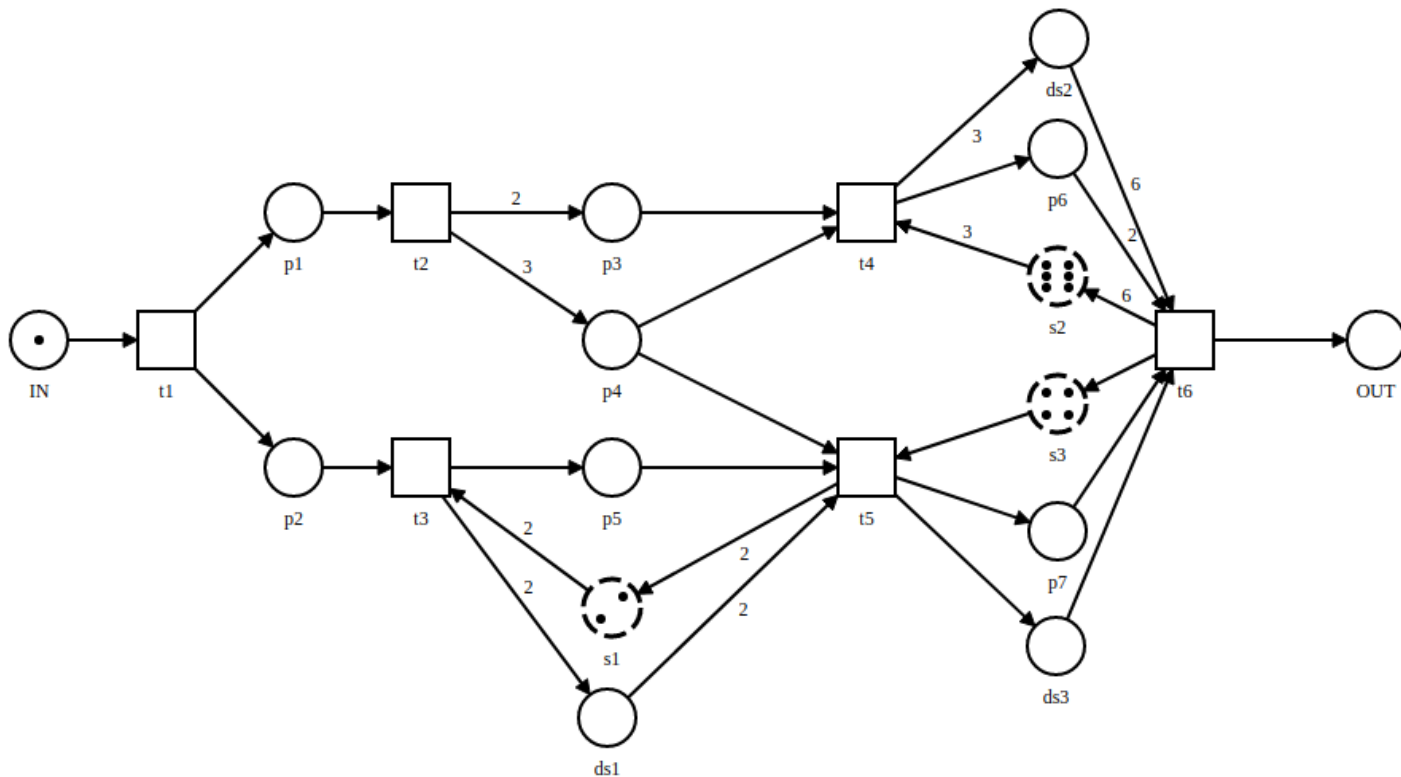
Sieť je rovnaká ako vo štvrtej úlohe.

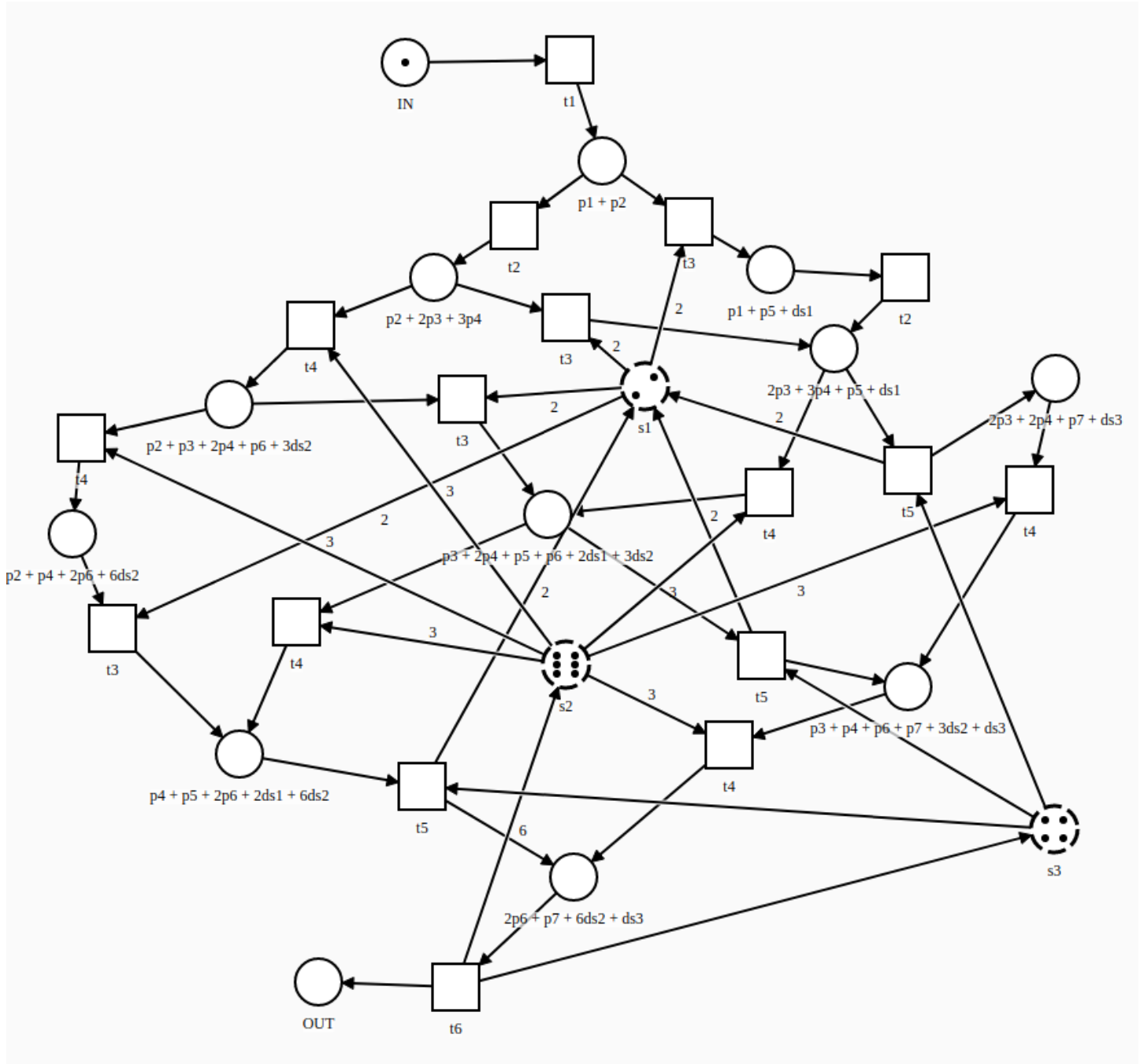
Prechody t_1 a t_2 sú L1 živé.

Ostatné prechody sú L3 živé.

4.7 Doplňte do zadanej siete určujúce miesta, a zostrojte sieť dosiahnuteľnosti. // Add complementary places to the given PN and construct the reachability net.

Uvádzame sieť doplnenú o určujúce miesta.





4.8 Majme strom pokrytia neohraničenej Petriho siete. V strome sa nachádzajú minimálne dva vrcholy s rovnakým značkováním. Platí, že pre ľubovoľnú dvojicu z nich bude nasledovať za oboma vrcholmi rovnaký počet vrcholov? (Platí, že oba vrcholy budú mať rovnaký počet potomkov?) Zdôvodnite. // Let there be a coverability tree of an unbounded Petri net. There are at least two vertices with the same markings in the tree. Is it true, that for any pair of them, the same number of vertices will follow both vertices? (Is it true that both vertices will have the same number of descendants?) Justify your answer.

Neplatí

Keďže je sieť neohraničená, tak aspoň jeden z listov stromu bude obsahovať omega v aspoň jednom mieste.

Toto tvrdenie sa dá dokázať napr. sporom - predpokladajme, že máme neohraničenú sieť a jej strom pokrytia neobsahuje omega v žiadnom liste. Keďže sa omega prenáša, tak ju tento strom nemôže obsahovať ani vo vnútorných vrcholoch, inak

by nebolo možné aby nebola v žiadnom liste. To znamená, že v žiadnom značkovaní nemám omega a teda ak zoberiem maximálny počet značiek pre každé miesto zo všetkých vrcholov stromu získam horné ohraničenie každého miesta. Ak viem zostrojiť horné ohraničenie, tak je sieť ohraničená, čo je v spore s naším predpokladom, že je neohraničená. Keďže jeden z listov obsahuje omegu, tak sa musí jednať o vrchol so zopakovaným značkovaním - keby to bol vrchol kde sa toto omega značkovanie vyskytlo prvýkrát, tak by nebol listom.

Dôkaz tohto tvrdenia je jednoduchý. Predchodcom tohto vrchola je vrchol s ostro menším značkovaním - musí platiť inak nezískam omegu. Keďže je to náš predchodca existuje z neho ku nám spustiteľná postupnosť prechodov. Táto postupnosť je spustiteľná aj z nášho omega vrcholu, keďže ten má väčšie značkovanie ako náš predchodca z ktorého bola táto postupnosť spustiteľná. Tým pádom existuje aspoň jeden prechod ktorý viem z nášho vrcholu spustiť a musím pokračovať v zostrojovaní stromu, lebo ešte náš omega vrchol ešte nebol označený za preskúmaný - keďže nemá zhodného predchodcu. To je v spore s naším predpokladom, že náš omega vrchol je listom.

Máme teda list s omega značkovaním obsahujúcim omegu a nejaký jeho predchodca je vnútorný vrchol s rovnakým omega značkovaním. Pre túto dvojicu vrcholov neplatí tvrdenie zo zadanie, že po každom z nich má nasledovať rovnaký počet vrcholov pretože predchodca má aspoň jedného potomka - list - a list má nula potomkov (keďže je list). Teda je tvrdenie nepravdivé.

4.9 Graf pokrytia je graf, ktorý získame so stromu pokrytia, tým, že zlúčime vrcholy z rovnakým omega značkovaním. Dokážeme pomocou grafu pokrytia určiť reverzibilitu ľubovoľnej Petriho siete? Zdôvodnite. // Coverability graph is a graph, which we can create from the Coverability tree, by merging the vertices with the same omega marking. Can we use the Coverability graph to determine the reversibility of any Petri net? Justify your answer.

Nedokážeme,

pretože slučky v grafe pokrytia vedúce do/z omega značkovaní nemusia predstavovať zmenu do totožných značkovaní. Siete na obrázku majú rovnaký graf pokrytia, pričom je jedna z nich reverzibilná a druhá nie.

