

Cvičenie 4 - ε -NKA

Ing. Viliam Hromada, PhD.

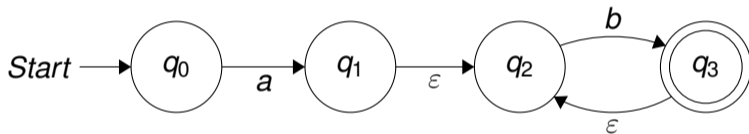
C-510
Ústav informatiky a matematiky
FEI STU

`viliam.hromada@stuba.sk`

15.10.2020

Determinizácia 1

Popíšte formálne daný automat ako päťicu $(Q_E, \Sigma, \delta_E, q_0, F_E)$, uveďte prechodovú tabuľku automatu a vypočítajte: ε -uzávery *ECLOSE* každého stavu a determinizujte daný ε -NKA.



- $Q_E = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- Počiatočný stav: q_0
- $F_E = \{q_3\}$

Prechodová tabuľka, popisujúca prechodovú funkciu δ_E :

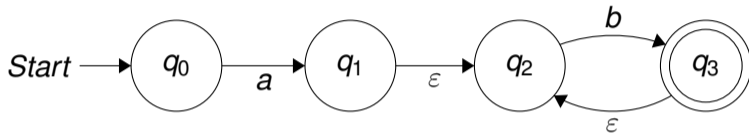
	ε	a	b
$\rightarrow q_0$	\emptyset	$\{q_1\}$	\emptyset
q_1	$\{q_2\}$	\emptyset	\emptyset
q_2	\emptyset	\emptyset	$\{q_3\}$
$*q_3$	$\{q_2\}$	\emptyset	\emptyset

$ECLOSE(q)$, t.j. ε -uzáver stavu q je množina všetkých stavov automatu, do ktorých sa vie automat dostať zo stavu q bez toho, aby čítal vstupný symbol, t.j. len za pomoci ε -prechodov.

Pre pripomenutie: ε -uzáver $ECLOSE(q)$ stavu q vypočítame podľa predpisu:

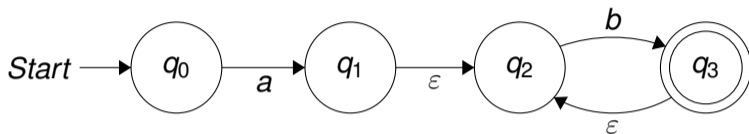
1. $q \in ECLOSE(q)$
2. Ak $p \in ECLOSE(q)$ a $r \in \delta_E(p, \varepsilon)$, tak potom aj $r \in ECLOSE(q)$





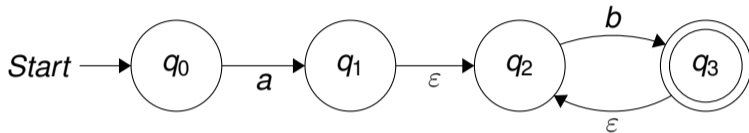
$ECLOSE(q_0) = \{q_0\}$. Zdôvodnenie:

1. $q_0 \in ECLOSE(q_0)$
2. Keďže z q_0 nevychádza žiaden ε -prechod, tak $ECLOSE(q_0) = \{q_0\}$.



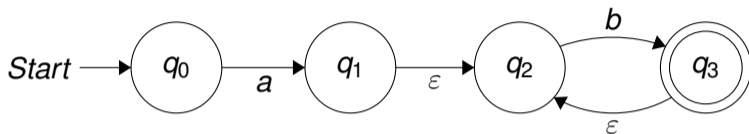
$ECLOSE(q_1) = \{q_1, q_2\}$. Zdôvodnenie:

1. $q_1 \in ECLOSE(q_1)$
2. Keďže z q_1 vychádza ε -prechod do q_2 , tak aj $q_2 \in ECLOSE(q_1)$.
3. Keďže z q_2 už nevychádza ďalej žiaden ε -prechod, tak $ECLOSE(q_1) = \{q_1, q_2\}$.



$ECLOSE(q_2) = \{q_2\}$. Zdôvodnenie:

1. $q_2 \in ECLOSE(q_2)$
2. Keďže z q_2 nevychádza žiaden ε -prechod, tak $ECLOSE(q_2) = \{q_2\}$.



$ECLOSE(q_3) = \{q_3, q_2\}$. Zdôvodnenie:

1. $q_3 \in ECLOSE(q_3)$
2. Keďže z q_3 vychádza ε -prechod do q_2 , tak aj $q_2 \in ECLOSE(q_3)$.
3. Keďže z q_2 už nevychádza ďalej žiaden ε -prechod, tak $ECLOSE(q_3) = \{q_3, q_2\}$.

Zhrnutie $ECLOSE(q)$:

- $ECLOSE(q_0) = \{q_0\}$
- $ECLOSE(q_1) = \{q_1, q_2\}$
- $ECLOSE(q_2) = \{q_2\}$
- $ECLOSE(q_3) = \{q_3, q_2\}$



Determinizácia ε -NKA: Hľadaný DKA bude mať týchto 5 častí:

- Stavy Q_D budú tvoriť množiny stavov ε -NKA, t.j. $Q_D \subseteq Q_E$.
- Abeceda Σ bude tá istá ako pri ε -NKA
- Počiatočný stav $q_D = ECLOSE(q_0)$, kde q_0 je počiatočný stav ε -NKA
- Akceptačné stavy F_D budú tie stavy Q_D , ktoré obsahujú aspoň 1 akceptačný stav ε -NKA
- Prechodová funkcia δ_D sa pre stav DKA S a vstupný symbol a vypočíta nasledovne:

$$\delta_D(S, a) = ECLOSE(\bigcup_{p \in S} \delta_E(p, a))$$



Počiatočný stav DKA $q_D = ECLOSE(q_0)$.

Keďže $ECLOSE(q_0)$ sme už počítali, vieme, že $q_D = ECLOSE(q_0) = \{q_0\}$. Preto počiatočný stav DKA bude $\{q_0\}$.

	a	b
$\rightarrow \{q_0\}$		

Potrebujeme zistiť $\delta_D(\{q_0\}, a)$. Použijúc vzťah z predchádzajúceho slajdu:

$\delta_D(\{q_0\}, a) = ECLOSE(\delta_E(q_0, a))$:

- $\delta_E(q_0, a) = \{q_1\}$
- $ECLOSE(\{q_1\}) = \{q_1, q_2\}$

Preto $\delta_D(\{q_0\}, a) = \{q_1, q_2\}$.

	a	b
$\rightarrow \{q_0\}$	$\{q_1, q_2\}$	

Potrebujeme zistiť $\delta_D(\{q_0\}, b)$.

$\delta_D(\{q_0\}, b) = ECLOSE(\delta_E(q_0, b))$:

- $\delta_E(q_0, b) = \emptyset$
- $ECLOSE(\emptyset) = \emptyset$

Preto $\delta_D(\{q_0\}, b) = \emptyset$.

	a	b
$\rightarrow \{q_0\}$	$\{q_1, q_2\}$	\emptyset

Zistili sme, že v DKA budú teda okrem počiatočného stavu $\{q_0\}$ aj stavy $\{q_1, q_2\}$ a \emptyset . Zistíme teda aj prechody z týchto stavov na vstupné symboly a, b .



Potrebujemo zistiť $\delta_D(\{q_1, q_2\}, a)$.

$\delta_D(\{q_1, q_2\}, a) = ECLOSE(\delta_E(q_1, a) \cup \delta_E(q_2, a))$:

- $\delta_E(q_1, a) = \emptyset$
- $\delta_E(q_2, a) = \emptyset$
- $\delta_E(q_1, a) \cup \delta_E(q_2, a) = \emptyset$
- $ECLOSE(\emptyset) = \emptyset$

Preto $\delta_D(\{q_1, q_2\}, a) = \emptyset$.

	a	b
$\rightarrow \{q_0\}$	$\{q_1, q_2\}$	\emptyset
$\{q_1, q_2\}$	\emptyset	
\emptyset		

Potrebujeme zistiť $\delta_D(\{q_1, q_2\}, b)$.

$\delta_D(\{q_1, q_2\}, b) = ECLOSE(\delta_E(q_1, b) \cup \delta_E(q_2, b))$:

- $\delta_E(q_1, b) = \emptyset$
- $\delta_E(q_2, b) = \{q_3\}$
- $\delta_E(q_1, a) \cup \delta_E(q_2, a) = \emptyset \cup \{q_3\} = \{q_3\}$
- $ECLOSE(\{q_3\}) = \{q_3, q_2\}$

Preto $\delta_D(\{q_1, q_2\}, b) = \{q_2, q_3\}$.

	<i>a</i>	<i>b</i>
$\rightarrow \{q_0\}$	$\{q_1, q_2\}$	\emptyset
$\{q_1, q_2\}$	\emptyset	$\{q_2, q_3\}$
\emptyset		

Vidíme, že nám pribudol ďalší dosiahnuteľný stav $\{q_2, q_3\}$.

Potrebujemo zistiť $\delta_D(\emptyset, a)$.

$\delta_D(\emptyset, a) = ECLOSE(\delta_E(\emptyset, a))$:

- $\delta_E(\emptyset, a) = \emptyset$
- $ECLOSE(\emptyset) = \emptyset$

Preto $\delta_D(\emptyset, a) = \emptyset$. Rovnako aj $\delta_D(\emptyset, b) = \emptyset$.

	a	b
$\rightarrow \{q_0\}$	$\{q_1, q_2\}$	\emptyset
$\{q_1, q_2\}$	\emptyset	$\{q_2, q_3\}$
\emptyset	\emptyset	\emptyset
$*\{q_2, q_3\}$		

Potrebujemo zistiti $\delta_D(\{q_2, q_3\}, a)$.

$\delta_D(\{q_2, q_3\}, a) = ECLOSE(\delta_E(q_2, a) \cup \delta_E(q_3, a))$:

- $\delta_E(q_2, a) = \emptyset$
- $\delta_E(q_3, a) = \emptyset$
- $\delta_E(q_2, a) \cup \delta_E(q_3, a) = \emptyset$
- $ECLOSE(\emptyset) = \emptyset$

Preto $\delta_D(\{q_2, q_3\}, a) = \emptyset$.

	a	b
$\rightarrow \{q_0\}$	$\{q_1, q_2\}$	\emptyset
$\{q_1, q_2\}$	\emptyset	$\{q_2, q_3\}$
\emptyset	\emptyset	\emptyset
$*\{q_2, q_3\}$	\emptyset	

Potrebujemo zistiti $\delta_D(\{q_2, q_3\}, b)$.

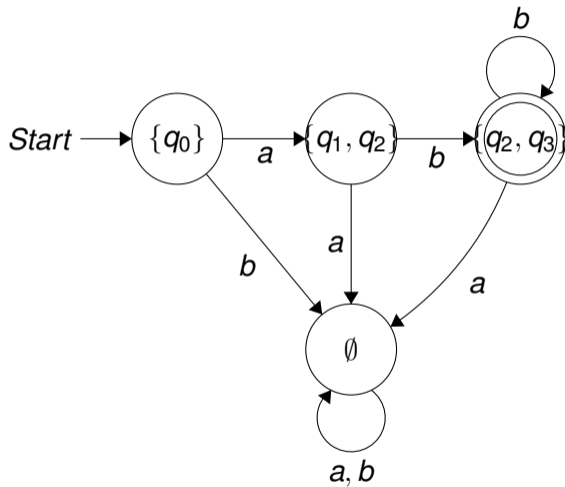
$\delta_D(\{q_2, q_3\}, b) = ECLOSE(\delta_E(q_2, b) \cup \delta_E(q_3, b))$:

- $\delta_E(q_2, b) = \{q_3\}$
- $\delta_E(q_3, b) = \emptyset$
- $\delta_E(q_2, b) \cup \delta_E(q_3, b) = \{q_3\} \cup \emptyset = \{q_3\}$
- $ECLOSE(\{q_3\}) = \{q_3, q_2\}$

Preto $\delta_D(\{q_2, q_3\}, b) = \{q_2, q_3\}$.

	a	b
$\rightarrow \{q_0\}$	$\{q_1, q_2\}$	\emptyset
$\{q_1, q_2\}$	\emptyset	$\{q_2, q_3\}$
\emptyset	\emptyset	\emptyset
$*\{q_2, q_3\}$	\emptyset	$\{q_2, q_3\}$

Výsledkom je teda automat:



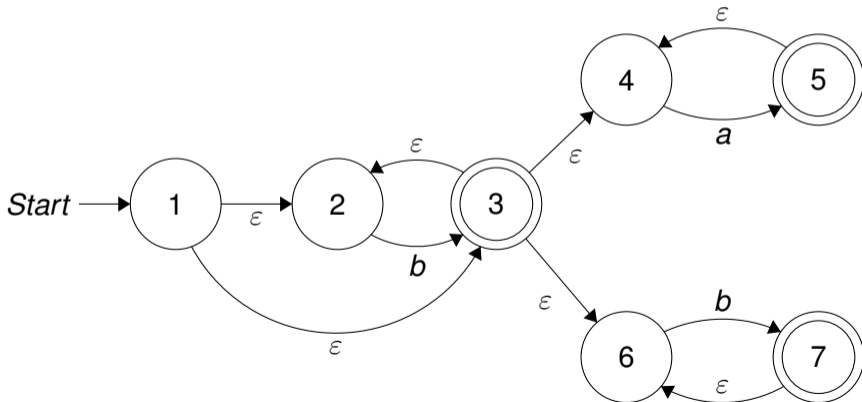
Pohľadom na DKA alebo ε -NKA vidíme, že oba akceptujú práve také reťazce, ktoré sú z jazyka:

$$L = \{ab^i \mid i \geq 1 \wedge i \in \mathbb{N}\}$$



Príklad č. 2

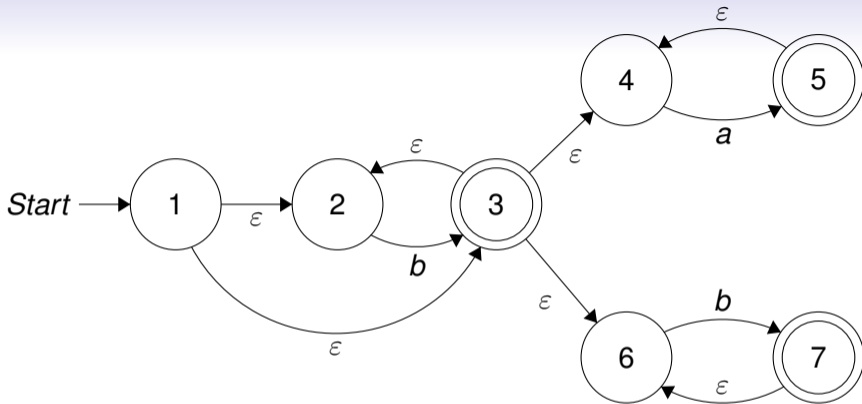
Popíšte formálne daný automat ako päťicu $(Q_E, \Sigma, \delta_E, q_0, F_E)$, uveďte prechodovú tabuľku automatu a vypočítajte: ε -uzávery *ECLOSE* každého stavu a determinizujte daný ε -NKA.



Formálny popis automatu:

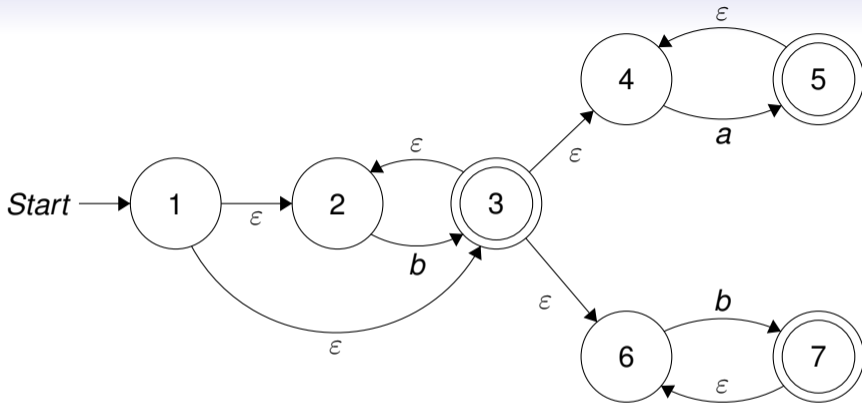
- Stav: $Q_E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- Vstupná abeceda: $\Sigma = \{a, b\}$
- Počiatočný stav: $q_0 = 1$
- Akceptačné stavy: $F = \{3, 5, 7\}$
- Prechodová funkcia δ_E :

	ε	a	b
$\rightarrow 1$	$\{2, 3\}$	\emptyset	\emptyset
2	\emptyset	\emptyset	$\{3\}$
*3	$\{2, 4, 6\}$	\emptyset	\emptyset
4	\emptyset	$\{5\}$	\emptyset
*5	$\{4\}$	\emptyset	\emptyset
6	\emptyset	\emptyset	$\{7\}$
*7	$\{6\}$	\emptyset	\emptyset



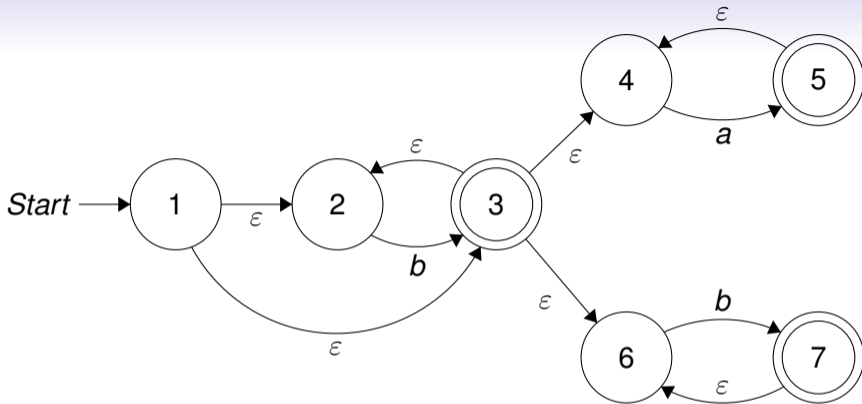
$ECLOSE(1) = \{1, 2, 3, 4, 6\}$. Zdôvodnenie:

1. $1 \in ECLOSE(1)$
2. Keďže z 1 vychádzajú ϵ -prechody do 2 a 3, tak aj $2 \in ECLOSE(1)$ a $3 \in ECLOSE(1)$.
3. Keďže z 3 vychádzajú ϵ -prechody do 2, 4 a 6, tak aj $4 \in ECLOSE(1)$ a $6 \in ECLOSE(1)$. 2 v $ECLOSE(1)$ už máme.



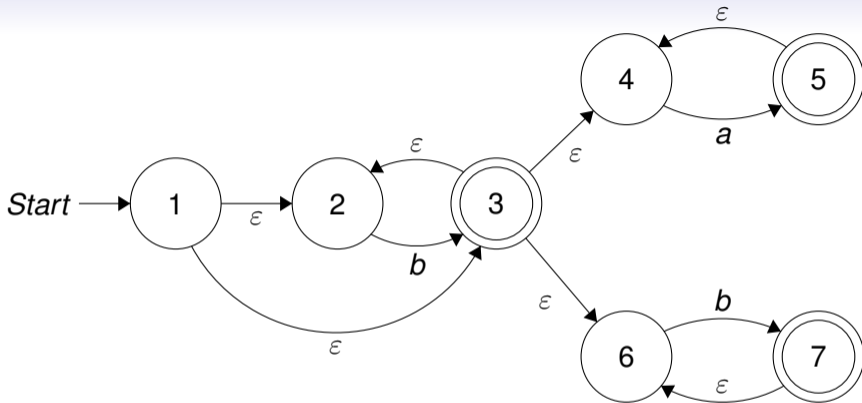
$ECLOSE(2) = \{2\}$. Zdôvodnenie:

1. $2 \in ECLOSE(2)$
2. Keďže z 2 nevychádzajú ϵ -prechody nikam, tak len $2 \in ECLOSE(2)$.



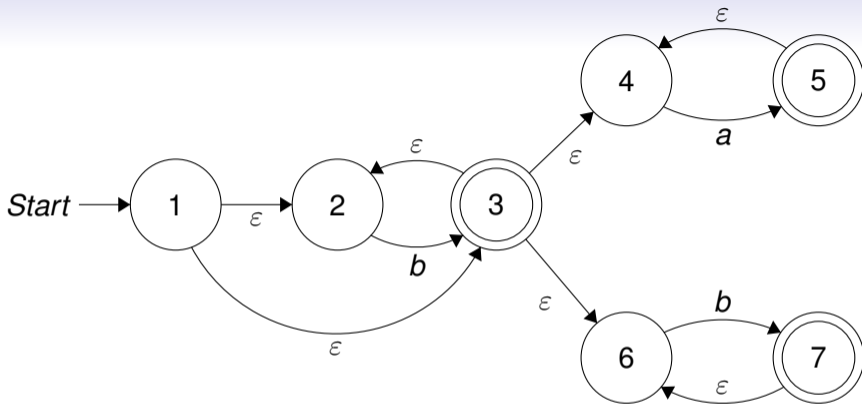
$ECLOSE(3) = \{2, 3, 4, 6\}$. Zdôvodnenie:

1. $3 \in ECLOSE(3)$
2. Keďže z 3 vychádzajú ϵ -prechody do 2, 4 a 6, tak aj $2 \in ECLOSE(3)$, $4 \in ECLOSE(3)$ a $6 \in ECLOSE(3)$.
3. Keďže z 2, 4, 6 už nevychádzajú ďalšie ϵ -prechody, tak $ECLOSE(3) = \{2, 3, 4, 6\}$.



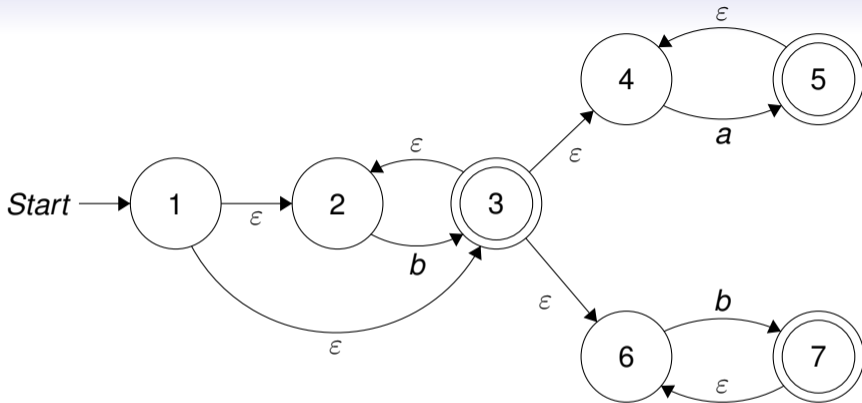
$ECLOSE(4) = \{4\}$. Zdôvodnenie:

1. $4 \in ECLOSE(4)$
2. Keďže z 4 nevychádzajú ε -prechody nikam, tak $ECLOSE(4) = \{4\}$.



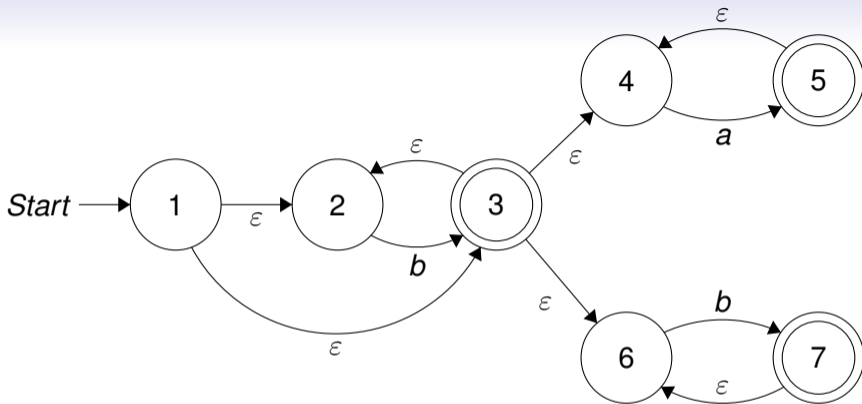
$ECLOSE(5) = \{4, 5\}$. Zdôvodnenie:

1. $5 \in ECLOSE(5)$
2. Keďže z 5 vychádza ϵ -prechod do 4, tak aj, $4 \in ECLOSE(5)$.
3. Keďže z 4 už nevychádzajú ďalšie ϵ -prechody, tak $ECLOSE(5) = \{4, 5\}$.



$ECLOSE(6) = \{6\}$. Zdôvodnenie:

1. $6 \in ECLOSE(6)$
2. Keďže z 6 nevychádzajú ϵ -prechody nikam, tak $ECLOSE(6) = \{6\}$.



$ECLOSE(7) = \{6, 7\}$. Zdôvodnenie:

1. $7 \in ECLOSE(7)$
2. Keďže z 7 vychádza ϵ -prechod do 6, tak aj, $6 \in ECLOSE(7)$.
3. Keďže z 6 už nevychádzajú ďalšie ϵ -prechody, tak $ECLOSE(7) = \{6, 7\}$.

Zhrnutie *ECLOSE*:

- $ECLOSE(1) = \{1, 2, 3, 4, 6\}$
- $ECLOSE(2) = \{2\}$
- $ECLOSE(3) = \{2, 3, 4, 6\}$
- $ECLOSE(4) = \{4\}$
- $ECLOSE(5) = \{4, 5\}$
- $ECLOSE(6) = \{6\}$
- $ECLOSE(7) = \{6, 7\}$



Determinizácia:

Počiatočný stav DKA: $q_D = ECLOSE(q_0)$, kde q_0 je počiatočný stav ε -NKA, t.j. v našom prípade $q_D = ECLOSE(1) = \{1, 2, 3, 4, 6\}$.

Teda prechodová tabuľka bude vyzerat' na začiatku:

	<i>a</i>	<i>b</i>
$\rightarrow * \{1, 2, 3, 4, 6\}$		

Potrebujemo zistiť $\delta_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, a)$.

$\delta_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, a) = ECLOSE(\delta_E(1, a) \cup \delta_E(2, a) \cup \delta_E(3, a) \cup \delta_E(4, a) \cup \delta_E(6, a))$:

- $\delta_E(1, a) = \emptyset$
- $\delta_E(2, a) = \emptyset$
- $\delta_E(3, a) = \emptyset$
- $\delta_E(4, a) = \{5\}$
- $\delta_E(6, a) = \emptyset$
- $\delta_E(1, a) \cup \delta_E(2, a) \cup \delta_E(3, a) \cup \delta_E(4, a) \cup \delta_E(6, a) = \{5\}$
- $ECLOSE(\{5\}) = \{4, 5\}$

Preto $\delta_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, a) = \{4, 5\}$.

	a	b
$\rightarrow * \{1, 2, 3, 4, 6\}$	$\{4, 5\}$	

Potrebujemo zistiti $\delta_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, b)$.

$\delta_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, b) = ECLOSE(\delta_E(1, b) \cup \delta_E(2, b) \cup \delta_E(3, b) \cup \delta_E(4, b) \cup \delta_E(6, b))$:

- $\delta_E(1, b) = \emptyset$
- $\delta_E(2, b) = \{3\}$
- $\delta_E(3, b) = \emptyset$
- $\delta_E(4, b) = \emptyset$
- $\delta_E(6, b) = \{7\}$
- $\delta_E(1, a) \cup \delta_E(2, a) \cup \delta_E(3, a) \cup \delta_E(4, a) \cup \delta_E(6, a) = \{3, 7\}$
- $ECLOSE(\{3, 7\}) = ECLOSE(3) \cup ECLOSE(7) = \{2, 3, 4, 6, 7\}$

Preto $\delta_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, b) = \{2, 3, 4, 6, 7\}$.

	a	b
$\rightarrow * \{1, 2, 3, 4, 6\}$	$\{4, 5\}$	$\{2, 3, 4, 6, 7\}$
$* \{4, 5\}$		
$* \{2, 3, 4, 6, 7\}$		



Potrebujemo zistiti $\delta_D(\{4, 5\}, a)$.

$\delta_D(\{4, 5\}, a) = ECLOSE(\delta_E(4, a) \cup \delta_E(5, a))$:

- $\delta_E(4, a) = \{5\}$
- $\delta_E(5, a) = \emptyset$
- $\delta_E(4, a) \cup \delta_E(5, a) = \{5\}$
- $ECLOSE(\{5\}) = \{4, 5\}$

Preto $\delta_D(\{4, 5\}, a) = \{4, 5\}$.

	a	b
$\rightarrow * \{1, 2, 3, 4, 6\}$	$\{4, 5\}$	$\{2, 3, 4, 6, 7\}$
$* \{4, 5\}$	$\{4, 5\}$	
$* \{2, 3, 4, 6, 7\}$		

Potrebujemo zistiti $\delta_D(\{4, 5\}, b)$.

$\delta_D(\{4, 5\}, b) = ECLOSE(\delta_E(4, b) \cup \delta_E(5, b))$:

- $\delta_E(4, b) = \emptyset$
- $\delta_E(5, b) = \emptyset$
- $\delta_E(4, b) \cup \delta_E(5, b) = \emptyset$
- $ECLOSE(\emptyset) = \emptyset$

Preto $\delta_D(\{4, 5\}, b) = \emptyset$.

	<i>a</i>	<i>b</i>
$\rightarrow * \{1, 2, 3, 4, 6\}$	$\{4, 5\}$	$\{2, 3, 4, 6, 7\}$
$* \{4, 5\}$	$\{4, 5\}$	\emptyset
$* \{2, 3, 4, 6, 7\}$		
\emptyset		

Potrebujemo zistiť $\delta_D(\{2, 3, 4, 6, 7\}, a)$.

$\delta_D(\{2, 3, 4, 6, 7\}, a) = ECLOSE(\delta_E(2, a) \cup \delta_E(3, a) \cup \delta_E(4, a) \cup \delta_E(6, a) \cup \delta_E(7, a))$:

- $\delta_E(2, a) = \emptyset$
- $\delta_E(3, a) = \emptyset$
- $\delta_E(4, a) = \{5\}$
- $\delta_E(6, a) = \emptyset$
- $\delta_E(7, a) = \emptyset$
- $\delta_E(2, a) \cup \delta_E(3, a) \cup \delta_E(4, a) \cup \delta_E(6, a) \cup \delta_E(7, a) = \{5\}$
- $ECLOSE(\{5\}) = \{4, 5\}$

Preto $\delta_D(\{2, 3, 4, 6, 7\}, a) = \{4, 5\}$.

	a	b
$\rightarrow * \{1, 2, 3, 4, 6\}$	$\{4, 5\}$	$\{2, 3, 4, 6, 7\}$
$* \{4, 5\}$	$\{4, 5\}$	\emptyset
$* \{2, 3, 4, 6, 7\}$	$\{4, 5\}$	
\emptyset		

Potrebujemo zistiť $\delta_D(\{2, 3, 4, 6, 7\}, b)$.

$\delta_D(\{2, 3, 4, 6, 7\}, b) = ECLOSE(\delta_E(2, b) \cup \delta_E(3, b) \cup \delta_E(4, b) \cup \delta_E(6, b) \cup \delta_E(7, b))$:

- $\delta_E(2, b) = \{3\}$
- $\delta_E(3, b) = \emptyset$
- $\delta_E(4, b) = \emptyset$
- $\delta_E(6, b) = \{7\}$
- $\delta_E(7, b) = \emptyset$
- $\delta_E(2, b) \cup \delta_E(3, b) \cup \delta_E(4, b) \cup \delta_E(6, b) \cup \delta_E(7, b) = \{3, 7\}$
- $ECLOSE(\{3, 7\}) = ECLOSE(3) \cup ECLOSE(7) = \{2, 3, 4, 6, 7\}$

Preto $\delta_D(\{2, 3, 4, 6, 7\}, b) = \{2, 3, 4, 6, 7\}$.

	<i>a</i>	<i>b</i>
$\rightarrow * \{1, 2, 3, 4, 6\}$	$\{4, 5\}$	$\{2, 3, 4, 6, 7\}$
$* \{4, 5\}$	$\{4, 5\}$	\emptyset
$* \{2, 3, 4, 6, 7\}$	$\{4, 5\}$	$\{2, 3, 4, 6, 7\}$
\emptyset		

Potrebujemo zistiť $\delta_D(\emptyset, a)$.

$\delta_D(\emptyset, a) = ECLOSE(\delta_E(\emptyset, a))$:

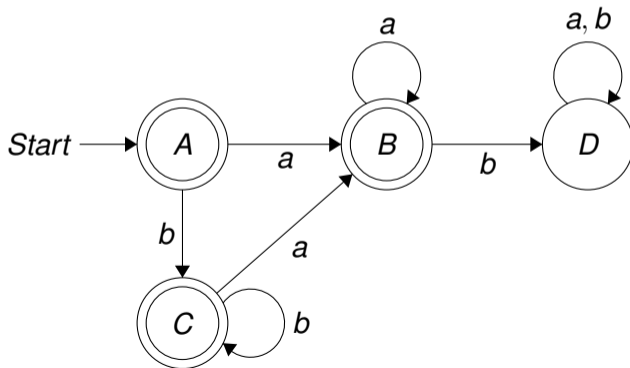
- $\delta_E(\emptyset, a) = \emptyset$
- $ECLOSE(\emptyset) = \emptyset$

Preto $\delta_D(\emptyset, a) = \emptyset$. Rovnako aj $\delta_D(\emptyset, b) = \emptyset$.

	a	b
$\rightarrow * \{1, 2, 3, 4, 6\}$	$\{4, 5\}$	$\{2, 3, 4, 6, 7\}$
$* \{4, 5\}$	$\{4, 5\}$	\emptyset
$* \{2, 3, 4, 6, 7\}$	$\{4, 5\}$	$\{2, 3, 4, 6, 7\}$
\emptyset	\emptyset	\emptyset

Výsledkom je nasledovný automat, v ktorom sme pre úsporu premenovali stavy podľa nasledovného kľúča:

- $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$
- $B = \{4, 5\}$
- $C = \{2, 3, 4, 6, 7\}$
- $D = \emptyset$



Oba automaty akceptujú nasledovný jazyk (zápisov je viacero, tento je asi najjednoduchší)

$$L = \{b^* a^*\}$$

T.j. automaty akceptujú práve také reťazce, ktoré pozostávajú z nejakej postupnosti symbolov b (prípadne aj žiadnych b -čok), za ktorými ide postupnosť symbolov a (prípadne aj žiadne a -čka).



Otázka: Akceptuje ε -NKA automat reťazec *bbaa*?

Zistíme, aká je hodnota $\hat{\delta}_E(1, bbaa)$, t.j. do akých všetkých možných stavov sa vie ε -NKA automat dostať z počiatočného stavu 1 po spracovaní *bbaa* a ak bude aspoň jeden z tých stavov akceptačný, tak reťazec akceptuje.

1. $\hat{\delta}_E(1, \varepsilon) = ECLOSE(1) = \{1, 2, 3, 4, 6\}$
2. $\hat{\delta}_E(1, b) = ECLOSE(\delta_E(1, b) \cup \delta_E(2, b) \cup \delta_E(3, b) \cup \delta_E(4, b) \cup \delta_E(6, b)) = ECLOSE(\{3, 7\}) = \{2, 3, 4, 6, 7\}$
3. $\hat{\delta}_E(1, bb) = ECLOSE(\delta_E(2, b) \cup \delta_E(3, b) \cup \delta_E(4, b) \cup \delta_E(6, b) \cup \delta_E(7, b)) = ECLOSE(\{3, 7\}) = \{2, 3, 4, 6, 7\}$
4. $\hat{\delta}_E(1, bba) = ECLOSE(\delta_E(2, a) \cup \delta_E(3, a) \cup \delta_E(4, a) \cup \delta_E(6, a) \cup \delta_E(7, a)) = ECLOSE(\{5\}) = \{4, 5\}$
5. $\hat{\delta}_E(1, bbaa) = ECLOSE(\delta_E(4, a) \cup \delta_E(5, a)) = ECLOSE(\{5\}) = \{4, 5\}$
6. Takže vidíme, že po spracovaní *bbaa* z počiatočného stavu 1 vie ε -NKA skončiť alebo v stave 4, alebo v stave 5. A keďže stav 5 je akceptačný, tak reťazec *bbaa* tento automat **akceptuje**.



Otázka: Akceptuje ε -NKA automat reťazec *bbab*?

Zistíme, aká je hodnota $\hat{\delta}_E(1, bbab)$, t.j. do akých všetkých možných stavov sa vie ε -NKA automat dostať z počiatočného stavu 1 po spracovaní *bbab* a ak bude aspoň jeden z tých stavov akceptačný, tak reťazec akceptuje.

1. $\hat{\delta}_E(1, \varepsilon) = ECLOSE(1) = \{1, 2, 3, 4, 6\}$
2. $\hat{\delta}_E(1, b) = ECLOSE(\delta_E(1, b) \cup \delta_E(2, b) \cup \delta_E(3, b) \cup \delta_E(4, b) \cup \delta_E(6, b)) = ECLOSE(\{3, 7\}) = \{2, 3, 4, 6, 7\}$
3. $\hat{\delta}_E(1, bb) = ECLOSE(\delta_E(2, b) \cup \delta_E(3, b) \cup \delta_E(4, b) \cup \delta_E(6, b) \cup \delta_E(7, b)) = ECLOSE(\{3, 7\}) = \{2, 3, 4, 6, 7\}$
4. $\hat{\delta}_E(1, bba) = ECLOSE(\delta_E(2, a) \cup \delta_E(3, a) \cup \delta_E(4, a) \cup \delta_E(6, a) \cup \delta_E(7, a)) = ECLOSE(\{5\}) = \{4, 5\}$
5. $\hat{\delta}_E(1, bbab) = ECLOSE(\delta_E(4, b) \cup \delta_E(5, b)) = ECLOSE(\emptyset) = \emptyset$
6. Takže vidíme, že ε -NKA nevie spracovať reťazec *bbab*, pretože nevie po jeho prečítaní dospieť do žiadneho stavu (lebo je tam prázdna množina). Teda tento automat nevie skončiť v akceptačnom stave a tento reťazec **neakceptuje**.



Otázka: Akceptuje DKA automat, ktorý sme zostrojili, reťazec *bbaa*?

Zistíme, aká je hodnota $\hat{\delta}_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, bbaa)$, t.j. do akého stavu sa vie dostať DKA z počiatočného stavu $\{1, 2, 3, 4, 6\}$ po spracovaní reťazca *bbaa*.

1. $\hat{\delta}_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, \epsilon) = \{1, 2, 3, 4, 6\}$
2. $\hat{\delta}_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, b) = \delta_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, b) = \{2, 3, 4, 6, 7\}$.
3. $\hat{\delta}_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, bb) = \delta_D(\{2, 3, 4, 6, 7\}, b) = \{2, 3, 4, 6, 7\}$.
4. $\hat{\delta}_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, bba) = \delta_D(\{2, 3, 4, 6, 7\}, a) = \{4, 5\}$.
5. $\hat{\delta}_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, bbaa) = \delta_D(\{4, 5\}, a) = \{4, 5\}$.
6. Takže vidíme, že po spracovaní *bbaa* z počiatočného stavu $\{1, 2, 3, 4, 6\}$ vie DKA skončiť v stave s názvom $\{4, 5\}$. A keďže tento stav je akceptačný, tak DKA daný vstup **akceptuje**.

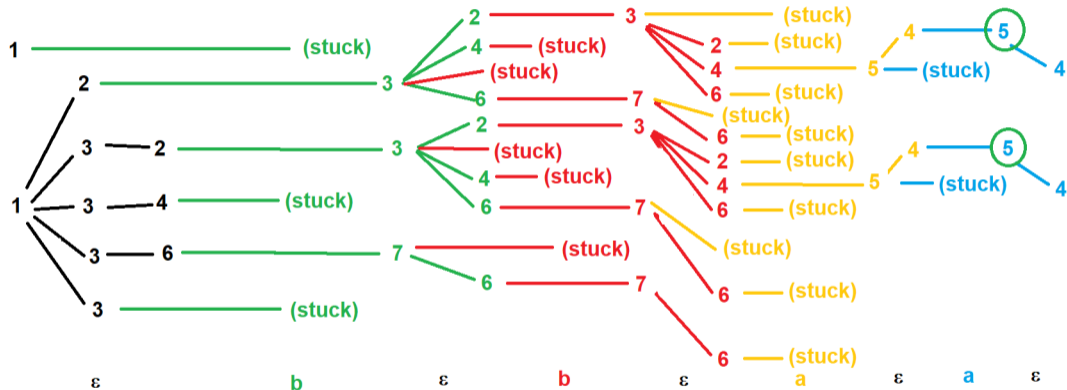
Otázka: Akceptuje DKA automat, ktorý sme zostrojili, reťazec *bbab*?

Zistíme, aká je hodnota $\hat{\delta}_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, bbab)$, t.j. do akého stavu sa vie dostať DKA z počiatočného stavu $\{1, 2, 3, 4, 6\}$ po spracovaní reťazca *bbab*.

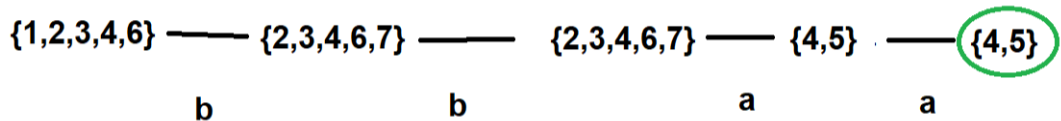
1. $\hat{\delta}_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, \epsilon) = \{1, 2, 3, 4, 6\}$
2. $\hat{\delta}_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, b) = \delta_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, b) = \{2, 3, 4, 6, 7\}$.
3. $\hat{\delta}_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, bb) = \delta_D(\{2, 3, 4, 6, 7\}, b) = \{2, 3, 4, 6, 7\}$.
4. $\hat{\delta}_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, bba) = \delta_D(\{2, 3, 4, 6, 7\}, a) = \{4, 5\}$.
5. $\hat{\delta}_D(\{1, 2, 3, 4, 6\}, bbab) = \delta_D(\{4, 5\}, a) = \emptyset$.
6. Takže vidíme, že po spracovaní *bbab* z počiatočného stavu $\{1, 2, 3, 4, 6\}$ vie DKA skončiť v stave s názvom \emptyset . A keďže tento stav nie je akceptačný, tak DKA daný vstup **neakceptuje**.



Pokus o znázornenie všetkých výpočtových vetiev v ϵ -NKA:



Všetky výpočtové vetvy v ekvivalentnom DKA:



Nájdite konečné automaty pre nasledovné jazyky.

Nájdite KA pre nasledovné jazyky. Ak uznáte za vhodné, pokúste sa použiť ε -NKA.

1. Množina reťazcov, ktoré pozostávajú z nula alebo viac a -čok, za ktorými ide nula alebo viac b -čok, za ktorými ide nula alebo viac c -čok.
2. Množina reťazcov, ktoré sú tvorené alebo postupnosťou 10, ktorá sa opakuje jeden alebo viackrát, alebo sú tvorené postupnosťou 111, ktorá sa opakuje jeden alebo viackrát.
3. Množina reťazcov z núl a jednotiek, v ktorých sa aspoň na 1 z posledných piatich pozícií nachádza jednotka.



Príklad 1

Množina reťazcov, ktoré pozostávajú z nula alebo viac a -čok, za ktorými ide nula alebo viac b -čok, za ktorými ide nula alebo viac c -čok. Teda jazyk:

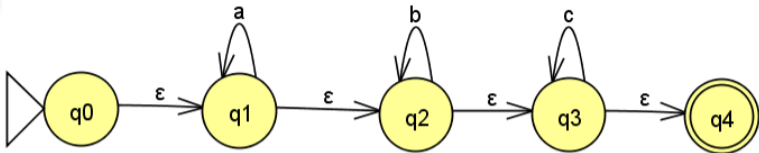
$$L = a^*b^*c^*$$

Použitím ε -NKA vieme tento jazyk akceptovať nasledovným spôsobom:



- Treba si uvedomiť, že potrebujeme akceptovať také reťazce, ktoré môžu mať na začiatku postupnosť a -čok.
- Ale tie tam aj nemusia byť a rovno tam bude postupnosť b -čok.
- Ale tie tam tiež nemusia byť a rovno tam bude postupnosť c -čok.
- Po c -čkách tam už nesmie byť žiadne a , ani b .
- Čiže automat musí postupne spracovať najprv a -čka, potom b -čka a nakoniec c -čka.
- Využijeme ε -prechody na popis situácie, že automat "dočítal" jeden typ symbolu a prechádza na ďalší.

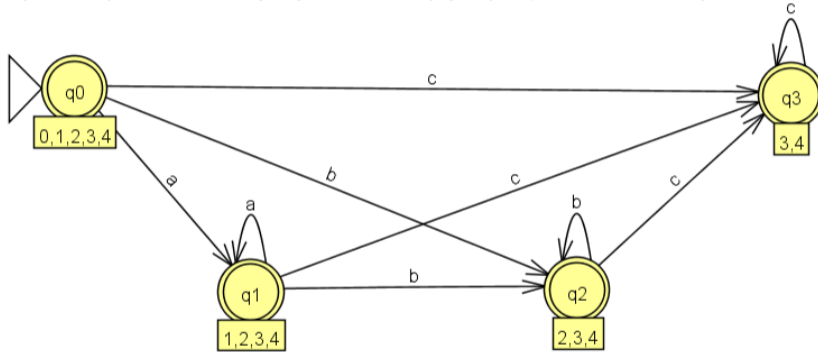




Teda automat sme rozdelili na 5 stavov, kde každý má svoju úlohu:

- q_0 je počiatkový
- q_1 číta a -čka
- q_2 číta b -čka
- q_3 číta c -čka
- q_4 je akceptačný
- ϵ -prechody použijeme na presun medzi týmito stavmi, aby sme označili fakt, že skončilo čítanie jedného typu symbolu a prechádzame na ďalší.

Výsledný DKA akceptující ten istý jazyk (v obrázku chýba ešte stav \emptyset):



Príklad 2

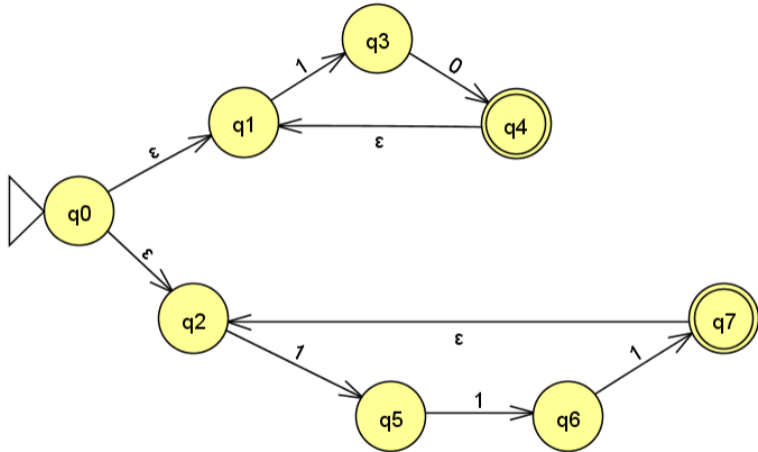
Množina reťazcov, ktoré sú tvorené alebo postupnosťou 10, ktorá sa opakuje jeden alebo viackrát, alebo sú tvorené postupnosťou 111, ktorá sa opakuje jeden alebo viackrát. Teda jazyk:

$$L = \{10\}^+ \cup \{111\}^+$$

ε -prechody sú veľmi vhodné práve na zachytenie situácie, v ktorej akceptujeme **alebo** jeden typ reťazcov (opakujúce sa 10), **alebo** iný typ reťazcov (opakujúce sa 111).



- Vďaka ε -prechodom vieme "rozdeliť" automat na 2 časti:
 1. Časť akceptujúcu opakujúce sa postupnosti 10
 2. Časť akceptujúcu opakujúce sa postupnosti 111
- Pomocou ε -prechodov vieme taktiež elegantne vyriešiť aj spracovanie opakujúcich sa rovnakých reťazcov, t.j. napr. 10, 1010, 101010, 10101010, ...

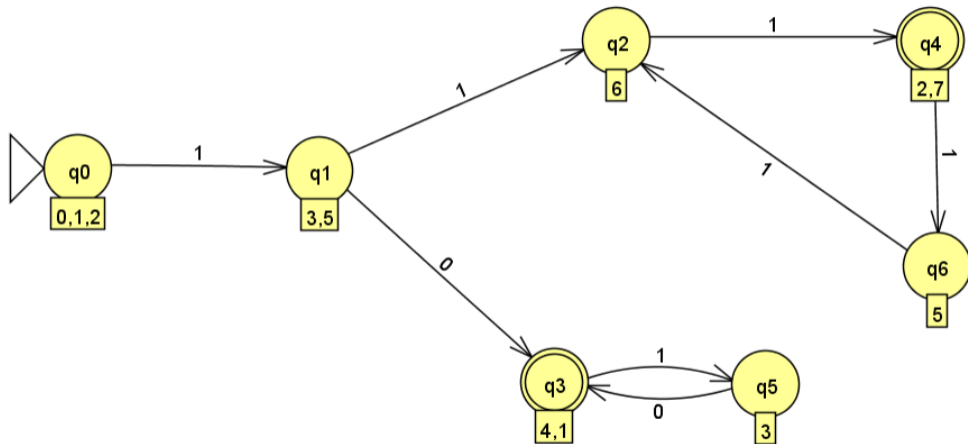


Stavy v danom automate je možno rozdeliť do viacerých skupín:

- q_0 je počiatočný stav
- Stavy q_1, q_3, q_4 predstavujú tú časť, ktorá bude akceptovať reťazce v tvare 10^+ . Pre takéto reťazce existuje možnosť dostať sa do stavu q_4 , ktorý je akceptačný pre prečítanie časti 10. Ak je potrebné prečítať ďalšiu časť 10, tak sa z q_4 presunieme do q_1 a výpočet zopakujeme.
- Stavy q_2, q_5, q_6, q_7 predstavujú tú časť, ktorá bude akceptovať reťazce v tvare 111^+ . Pre takéto reťazce existuje možnosť dostať sa do stavu q_7 , ktorý je akceptačný pre prečítanie časti 111. Ak je potrebné prečítať ďalšiu časť 111, tak sa z q_7 presunieme do q_2 a výpočet zopakujeme.



Ekvivalentný DKA (v obrázku chýba ešte pre úplnosť stav \emptyset)



Príklad 3

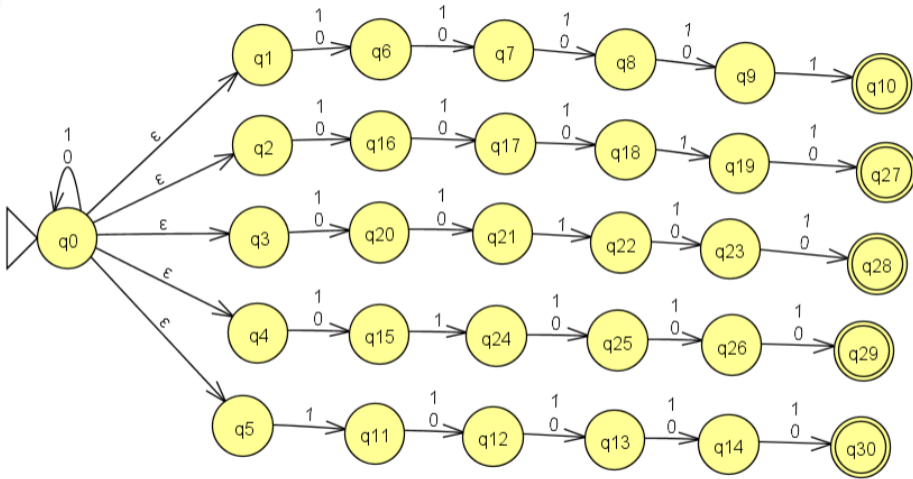
Množina reťazcov z núl a jednotiek, v ktorých sa aspoň na 1 z posledných piatich pozícií nachádza jednotka.

Jedná sa teda o reťazce, ktoré majú dĺžku aspoň 5. Navyše posledných 5 symbolov nesmú byť samé nuly. Tu vieme ε -prechody použiť na zostrojenie automatu, ktorý bude akceptovať reťazce, v ktorých sa jednotka istotne nachádza:

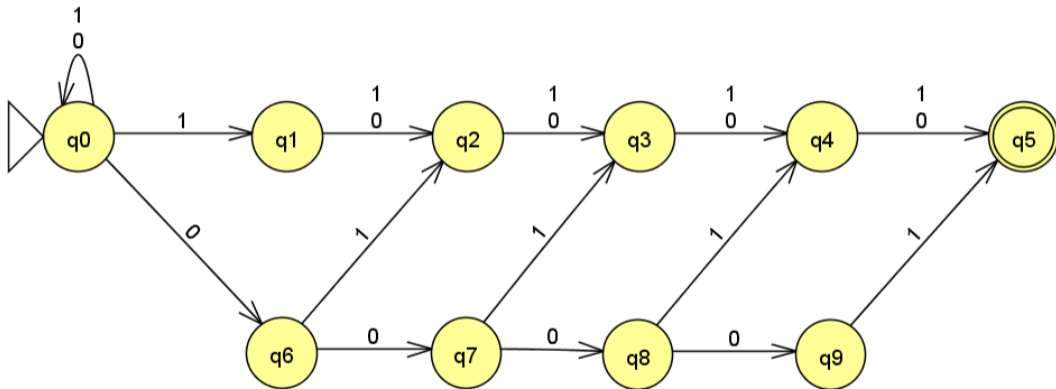
1. Na poslednej pozícii (1. od konca), alebo
2. Na 2. pozícii od konca, alebo
3. Na 3. pozícii od konca, alebo
4. Na 4. pozícii od konca, alebo
5. Na 5. pozícii od konca.

Pomocou ε -prechodov v automate odlíšime týchto 5 možností.





Jednoduchšia verzia ako NKA bez ε -prechodov:



Použitá literatúra

- 1 Hopcroft, Motwani, Ullman - Introduction to Automata Theory, Languages and Computations, 3rd Ed.