

# 1 Hodnotenie

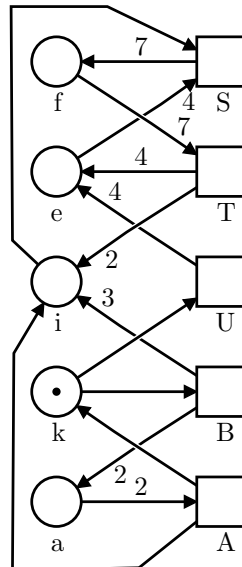
Spôsob hodnotenia jednotlivých úloh:

1. 1b - správne nakreslená sieť
2. 1b - správne určený preset/postset
3. 1b - správne určené matice  $I, O$ ; 1b - správne určená matica  $C$
4. 1b - použitie správneho vzorca; 1b - správny výpočet
5. 1b - ak sú všetky živosti určené správne, 0,5b ak je jedna živosť určená zle, inak 0b
6. 1b - za správne označenie vrcholov; 1b - za správne vrcholy v grafe; 2b - za správny celý graf
7. 1b - ak sú všetky živosti určené správne, 0,5b ak je jedna živosť určená zle, inak 0b
8. 1b - za správne označenie vrcholov; 1b - za správne vrcholy v strome; 1b - za správne určenie omega značkování; 1b - za správny celý strom
9. 1b - ak sú všetky živosti určené správne, 0,5b ak je jedna živosť určená zle, inak 0b
10. 1b - za správnu odpoveď; 2b - za argumentáciu prezrádzajúcu pochopenie problematiky

## 2 Zápočtová písomka o 8:00

### 2.1 Nakreslite PS z definície na obrázku.

$\{f, e, i, k, a\}$   
 $\{S, T, U, B, A\}$   
 $\{\vec{B}i, \vec{B}a, \vec{a}A, \vec{A}k, \vec{k}B, \vec{A}i, \vec{k}U, \vec{U}e, \vec{e}S, \vec{S}f, \vec{f}T, \vec{T}e, \vec{T}i, \vec{i}S\}$   
 $\{\vec{B}i : 3, \vec{B}a : 2, \vec{a}A : 2, \vec{A}k : 1, \vec{k}B : 1, \vec{A}i : 1, \vec{k}U : 1, \vec{U}e : 4, \vec{e}S : 4, \vec{S}f : 7, \vec{f}T : 7, \vec{T}e : 4, \vec{T}i : 2, \vec{i}S : 1\}$   
 $(0, 0, 0, 1, 0)$



### 2.2 Vyznačte preset z množiny prechodov = $\{S, T, U\}$ z PS z prvej úlohy.

- $S = \{e, i\}$
- $T = \{f\}$
- $U = \{k\}$

**2.3 Z PS z prvej úlohy zapíšte definíciu v tvare  $(P, T, I, O, m_0)$  a vypočítajte incidenčnú maticu  $C$ .**

$P, T$  a  $m_0$  sú rovnaké ako v prvej úlohe. Uvádzame iba matice.

$$I = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$O = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & -7 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 4 & 4 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

**2.4 Výpočtom overte, či je splnená nutná podmienka pre dosiahnutie stavu  $(7, 0, 3, 0, 0)$  z počiatočného značkovania v PS z prvej úlohy.**

Hľadáme riešenia stavovej rovnice v  $\mathbb{N}$

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & -7 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 4 & 4 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}$$

Po vyriešení rovnice dostávame parametrizované riešenie:

$$\begin{pmatrix} 5 - 4a \\ 4 - 4a \\ 1 \\ a \\ a \end{pmatrix}$$

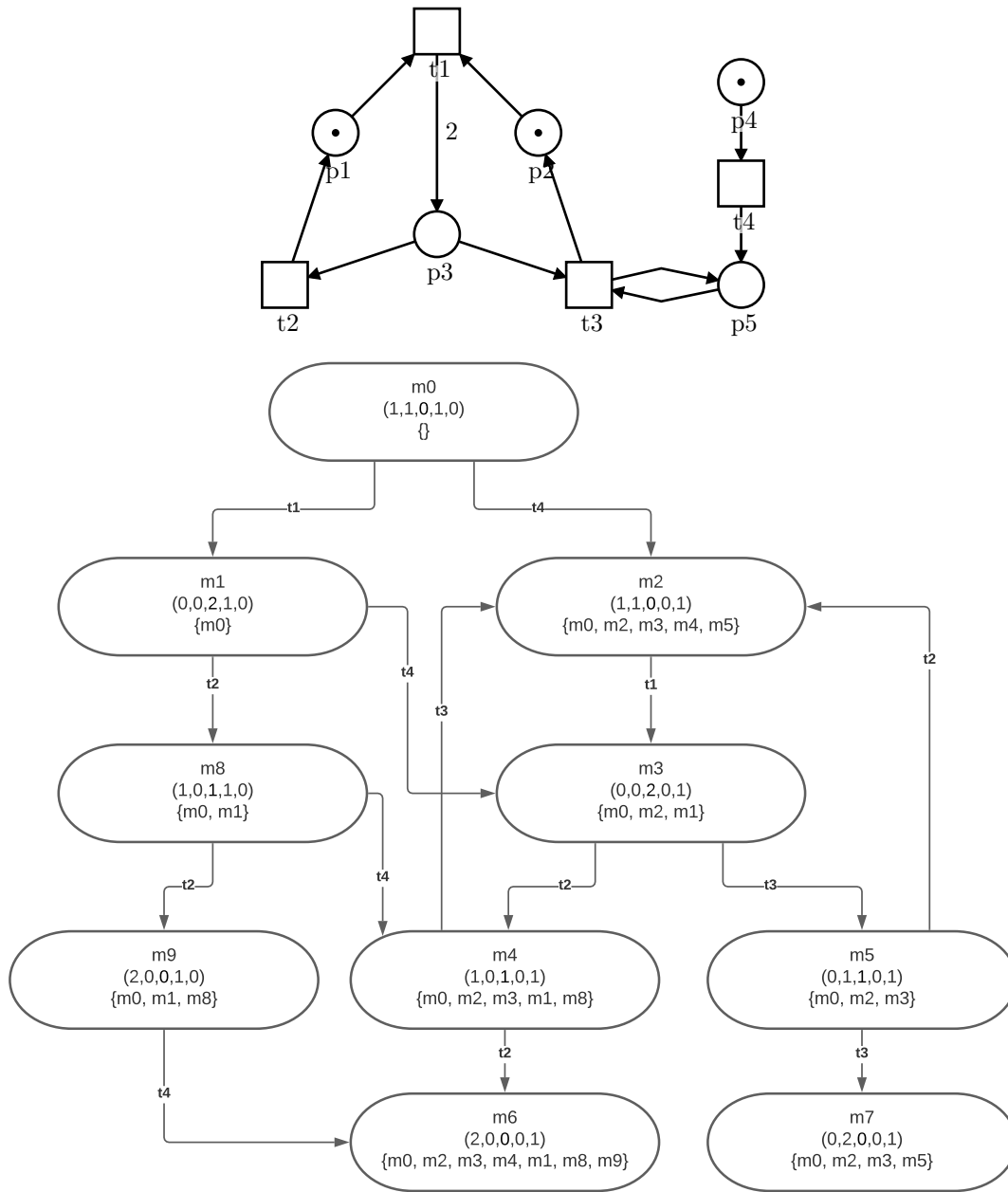
Keďže hľadáme riešenia v  $\mathbb{N}$ , tak musí platiť, že  $a \in \mathbb{N}$  a zároveň musí platiť aj  $4 - 4a \in \mathbb{N}$ . Z toho dostaneme  $a \in \{0, 1\}$ . Rovnica má teda dve riešenia.

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**2.5 Určte hladinu živosti jednotlivých prechodov z PS z prvej úlohy.**

prechod  $U$  je L1 živý, ostatné prechody sú L3 živé.

2.6 Nakreslite Graf Dosiahnutelnosti zo zadanej PS na obrázku.

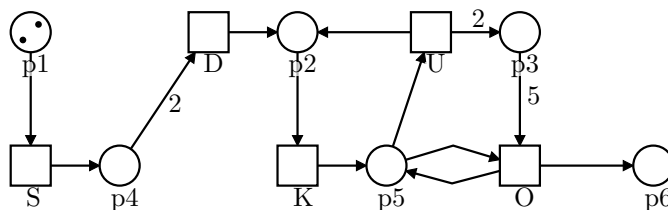


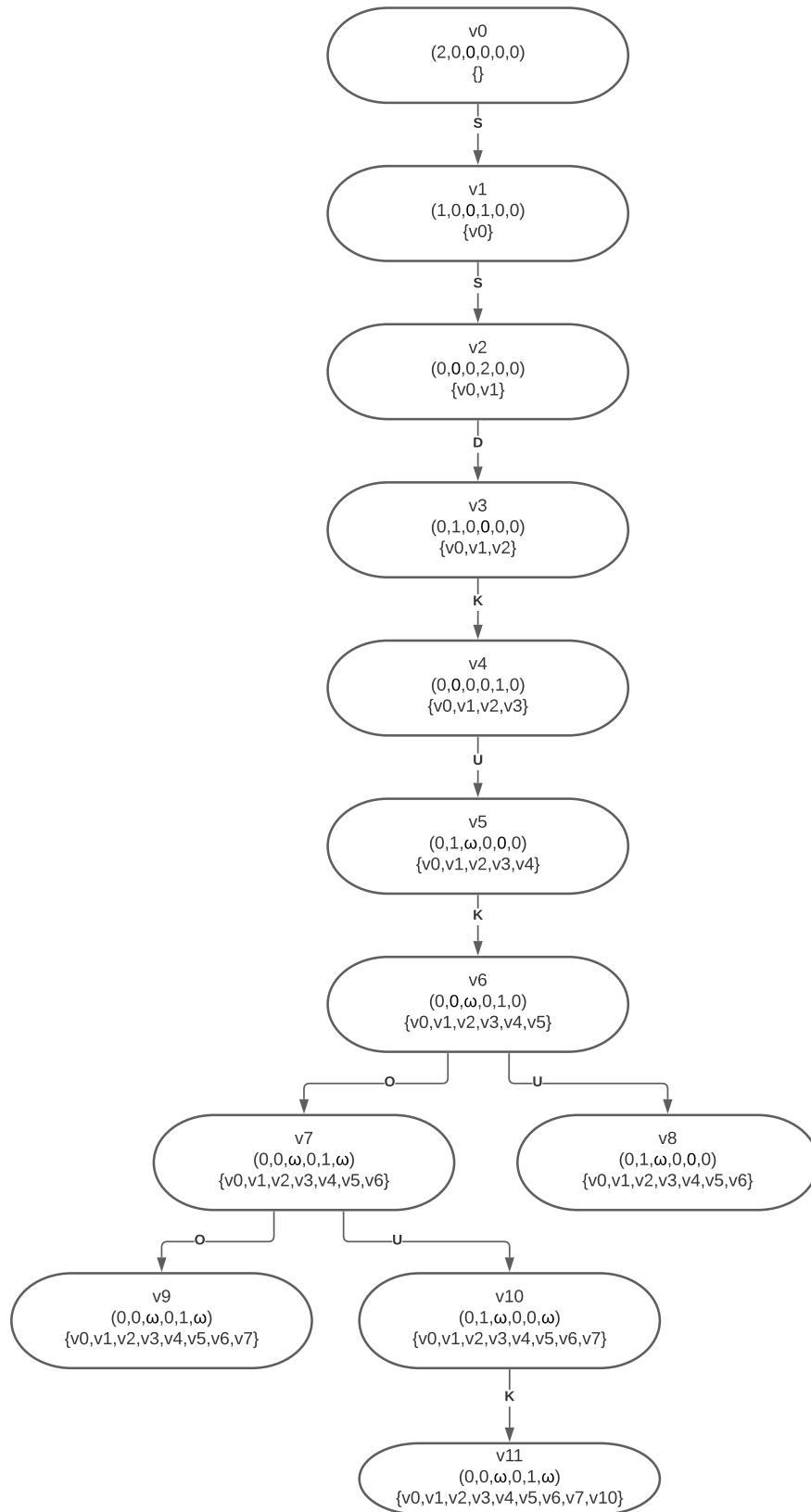
2.7 Určte hladinu živosti z PS z predchádzajúcej úlohy.

prechod  $t_4$  je L1 živý, ostatné prechody sú L3 živé.

2.8 Nakreslite Strom pokrytia zo zadanej PS na obrázku.

V zadaní nebolo určené označenie miest. Pre riešenie úlohy sme si ich označili, tak ako je uvedené na obrázku.





## 2.9 Určte hladinu živosti z PS z predchádzajúcej úlohy.

Prechody  $S$  a  $D$  sú L1 živé, ostatné prechody sú L4 živé.

## 2.10 Teoretická Otazka: Môže v sieti, ktorá neobsahuje žiadne značky, existovať prechod s hladinou živosti inou, ako L0 alebo L4? Odpoveď zdvôvodnite.

nemôže

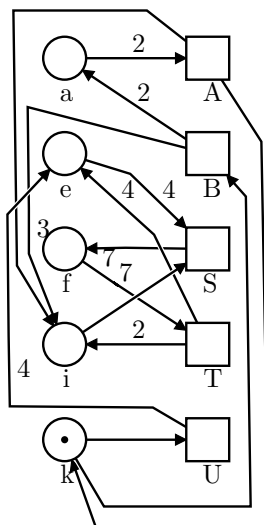
Prechody ktoré nekonzumujú značky zo žiadneho miesta sú L4 živé. Tieto prechody môžu produkovať značky, ktoré môžu byť následne konzumované ďalšími prechodmi. Akú živosť majú tieto ďalšie prechody? Pokiaľ máme nejaké prechody, ktoré konzumujú značky iba z takých miest, do ktorých produkujú značky prechody o ktorých vieme, že sú L4, tak tieto prechody sú tiež L4. Dokážeme do ich vstupných miest totiž vždy dostať ďalšie značky a tieto prechody spustiť. Prechody, ktoré konzumujú značky aj z miest, do ktorých značky nevieme dostať sú L0.

Na to, aby sme dokázali nejaký z L4 prechodov "zabiť" a znížiť jeho živosť na inú úroveň, by sme potrebovali v sieti nejaké miesto s obmedzeným počtom značiek. Také miesto však v sieti neexistuje, keďže na začiatku je v každom mieste 0 značiek a značky nám pribúdajú iba v neohraničených množstvách.

## 3 Zápočtová písomka o 10:00

### 3.1 Nakreslite PS z definície na obrázku.

$\{a, e, f, i, k\}$   
 $\{A, B, S, T, U\}$   
 $\{\vec{aA}, \vec{Ai}, \vec{Ak}, \vec{Ba}, \vec{Bi}, \vec{eS}, \vec{fT}, \vec{iS}, \vec{kB}, \vec{kU}, \vec{Sf}, \vec{Te}, \vec{Ti}, \vec{Ue}\},$   
 $\{\vec{aA} : 2, \vec{Ai} : 1, \vec{Ak} : 1, \vec{Ba} : 2, \vec{Bi} : 3, \vec{eS} : 4, \vec{fT} : 7, \vec{iS} : 1, \vec{kB} : 1, \vec{kU} : 1, \vec{Sf} : 7, \vec{Te} : 4, \vec{Ti} : 2, \vec{Ue} : 4\}$   
 $(0, 0, 0, 0, 1)$



### 3.2 Vyznačte postset z množiny prechodov $= \{S, T, U\}$ z PS z prvej úlohy.

$$S\bullet = \{f\}$$

$$T\bullet = \{e, i\}$$

$$U\bullet = \{k\}$$

**3.3 Z PS z prvej úlohy zapíšte definíciu v tvare  $(P, T, I, O, m_0)$  a vypočítajte incidenčnú maticu  $C$ .**

$P, T$  a  $m_0$  sú rovnaké ako v prvej úlohe. Uvádžame iba matice.

$$I = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 7 & -7 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**3.4 Výpočtom overte, či je splnená nutná podmienka pre dosiahnutie stavu  $(0, 0, 7, 3, 0)$  z počiatočného značkovania v PS z prvej úlohy.**

Hľadáme riešenia stavovej rovnice v  $\mathbb{N}$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 7 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 7 & -7 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}$$

Po vyriešení rovnice dostávame parametrizované riešenie:

$$\begin{pmatrix} a \\ a \\ 5 - 4a \\ 4 - 4a \\ 1 \end{pmatrix}$$

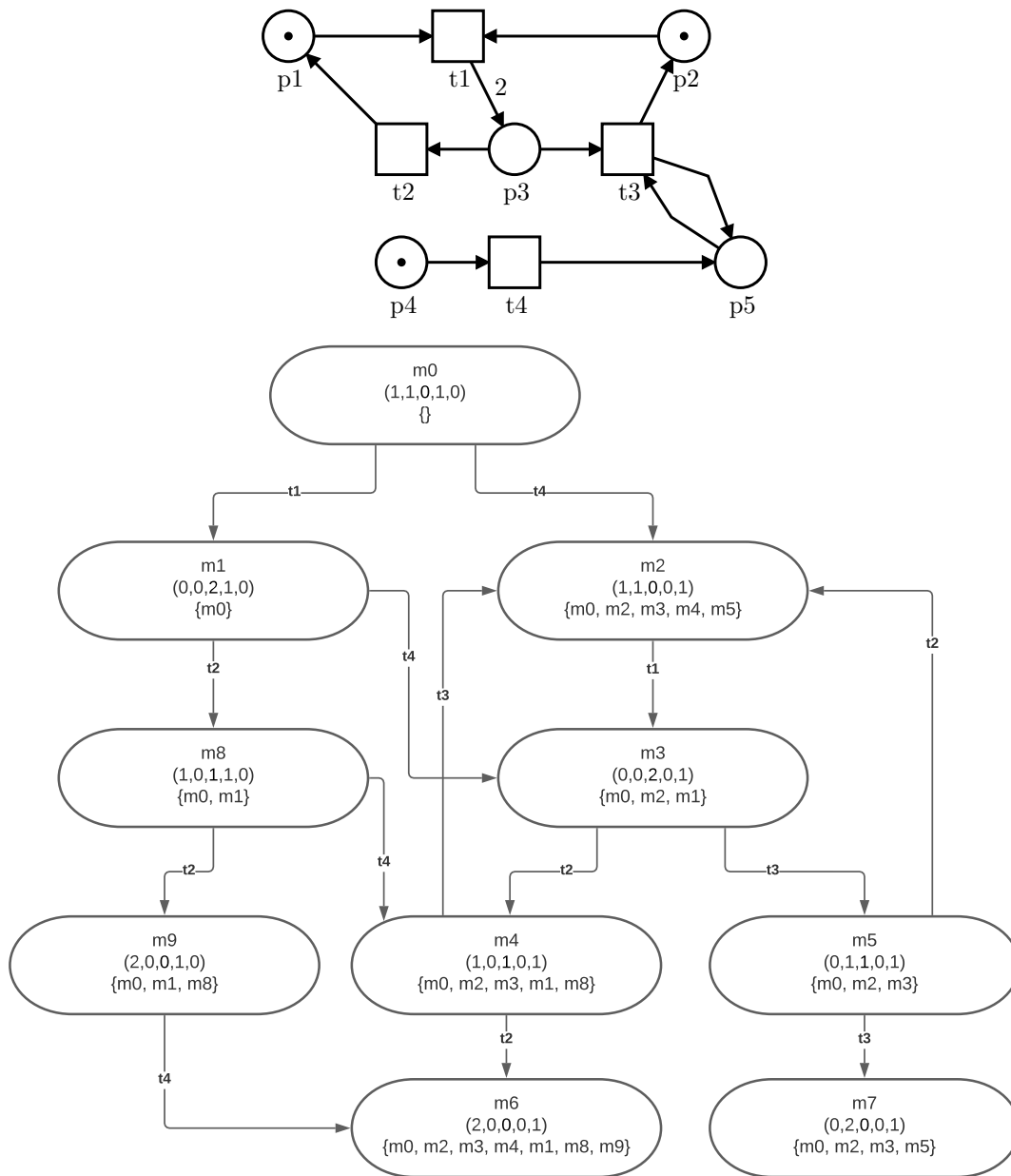
Keďže hľadáme riešenia v  $\mathbb{N}$ , tak musí platiť, že  $a \in \mathbb{N}$  a zároveň musí platiť aj  $4 - 4a \in \mathbb{N}$ . Z toho dostaneme  $a \in \{0, 1\}$ . Rovnica má teda dve riešenia.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**3.5 Určte hladinu živosti jednotlivých prechodov z PS z prvej úlohy.**

prechod  $U$  je L1 živý, ostatné prechody sú L3 živé.

3.6 Nakreslite Graf Dosiahnutelnosti zo zadanej PS na obrazku.

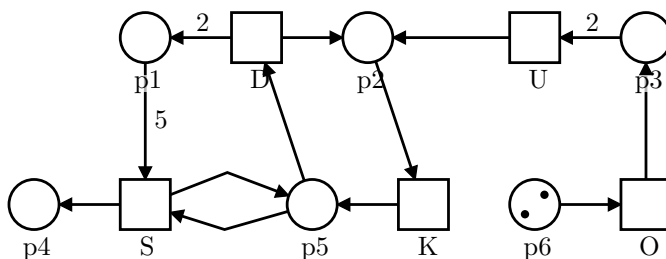


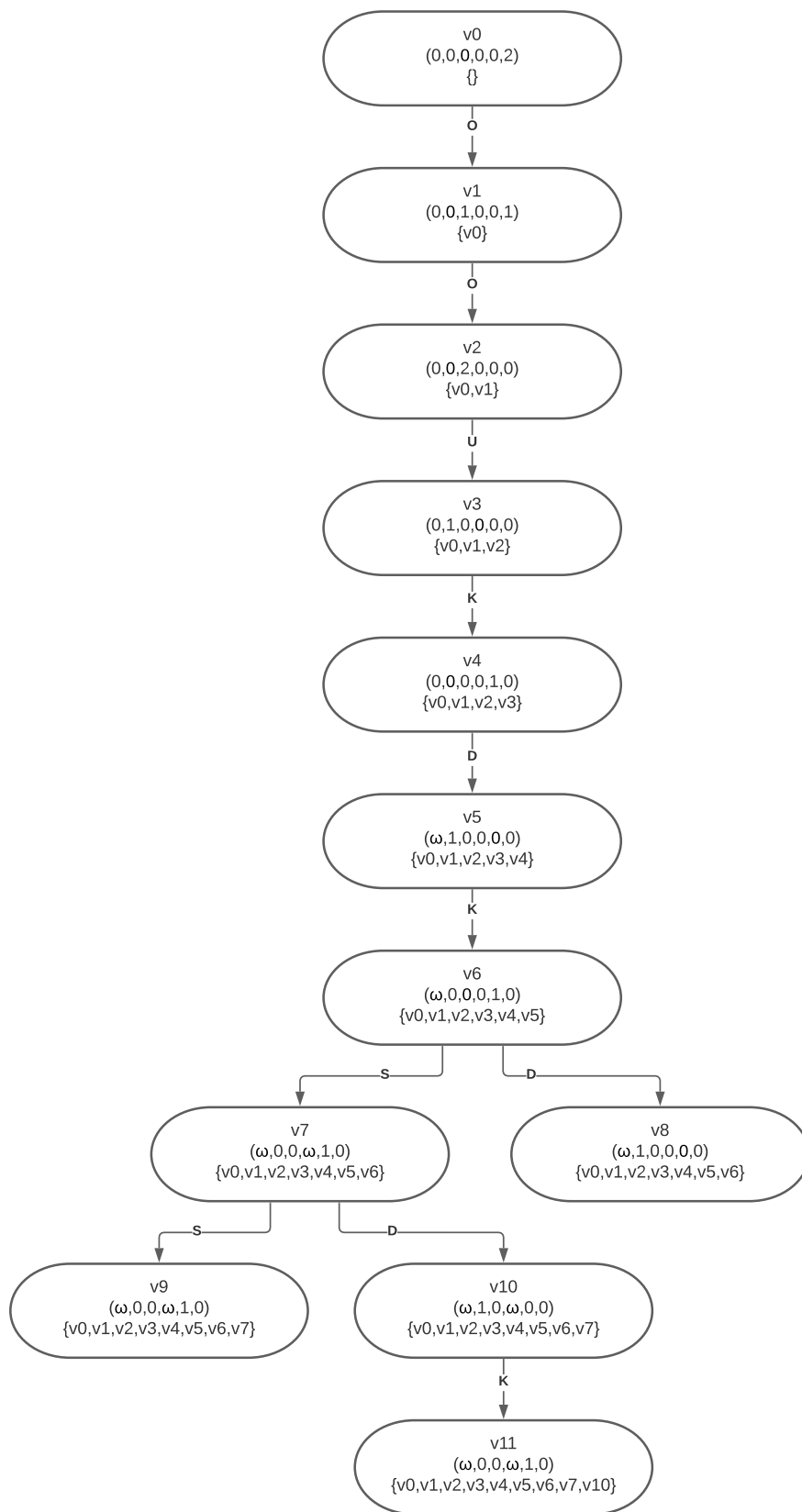
3.7 Určte hladinu živosti z PS z predchádzajúcej úlohy.

prechod  $t_4$  je L1 živý, ostatné prechody sú L3 živé.

3.8 Nakreslite Strom pokrytia zo zadanej PS na obrázku.

V zadaní nebolo určené označenie miest. Pre riešenie úlohy sme si ich označili, tak ako je uvedené na obrázku.







### 3.9 Určte hladinu živosti z PS z predchádzajúcej úlohy.

Prechody  $O$  a  $U$  sú L1 živé, ostatné prechody sú L4 živé.

### 3.10 Teoretická Otazka: Je prechod, ktorého preset je prázdny, spustiteľný? Je prechod, ktorého postset je prázdny, spustiteľný? Odpovede zdôvodnite.

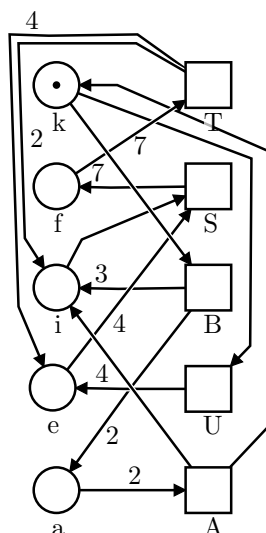
Prechod, ktorého preset je prázdny je vždy spustiteľný. Takýto prechod nekonzumuje značky zo žiadneho miesta a teda je podmienka na jeho spustenie vždy splnená.

O prechode, ktorého postset je prázdny nie je možné povedať, či je spustiteľný, alebo nie. Spustiteľnosť prechodu nezávisí od miest, do ktorých prechod značky produkuje, ale od miest z ktorých prechod značky konzumuje.

## 4 Zápočtová písomka o 13:00

### 4.1 Nakreslite PS z definície na obrázku.

$\{k, f, i, e, a\}$   
 $\{T, S, B, U, A\}$   
 $\{\vec{aA}, \vec{eS}, \vec{fT}, \vec{iS}, \vec{kB}, \vec{kU}, \vec{Ai}, \vec{Ak}, \vec{Ba}, \vec{Bi}, \vec{Sf}, \vec{Te}, \vec{Ti}, \vec{Ue}\},$   
 $\{\vec{aA} : 2, \vec{eS} : 4, \vec{fT} : 7, \vec{iS} : 1, \vec{kB} : 1, \vec{kU} : 1, \vec{Ai} : 1, \vec{Ak} : 1, \vec{Ba} : 2, \vec{Bi} : 3, \vec{Sf} : 7, \vec{Te} : 4, \vec{Ti} : 2, \vec{Ue} : 4\}$   
 $(1, 0, 0, 0, 0)$



### 4.2 Vyznačte postset z množiny prechodov $= \{B, U, S\}$ z PS z prvej úlohy.

$$B\bullet = \{a, i\}$$

$$U\bullet = \{e\}$$

$$S\bullet = \{f\}$$

### 4.3 Z PS z prvej úlohy zapíšte definíciu v tvare $(P, T, I, O, m_0)$ a vypočítajte incidenčnú maticu $C$ .

$P, T$  a  $m_0$  sú rovnaké ako v prvej úlohe. Uvádzame iba matice.

$$I = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ -7 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

**4.4 Výpočtom overte, či je splnená nutná podmienka pre dosiahnutie stavu  $(0, 7, 3, 0, 0)$  z počiatočného značkovania v PS z prvej úlohy.**

. Hľadáme riešenia stavovej rovnice v  $\mathbb{N}$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ -7 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}$$

Po vyriešení rovnice dostávame parametrizované riešenie:

$$\begin{pmatrix} 4 - 4a \\ 5 - 4a \\ a \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$$

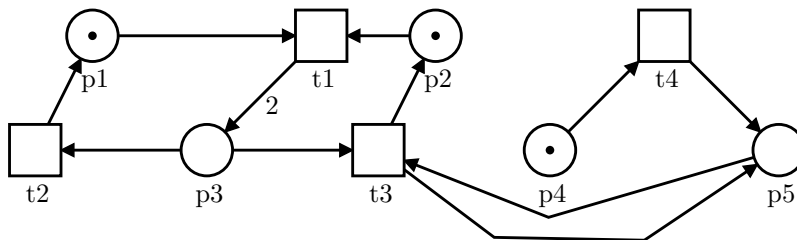
Keďže hľadáme riešenia v  $\mathbb{N}$ , tak musí platiť, že  $a \in \mathbb{N}$  a zároveň musí platiť aj  $4 - 4a \in \mathbb{N}$ . Z toho dostaneme  $a \in \{0, 1\}$ . Rovnica má teda dve riešenia.

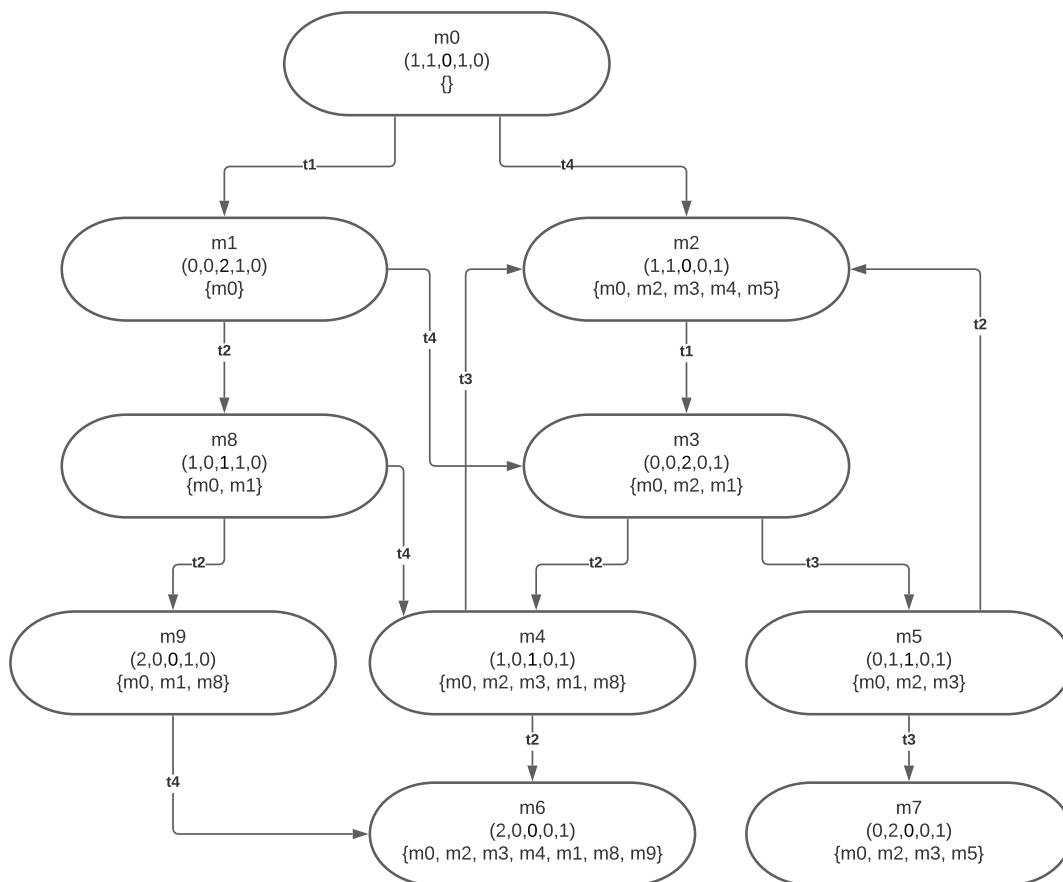
$$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**4.5 Určte hladinu živosti jednotlivých prechodov z PS z prvej úlohy.**

prechod  $U$  je L1 živý, ostatné prechody sú L3 živé.

**4.6 Nakreslite Graf Dosiahnuteľnosti zo zadanej PS na obrázku.**



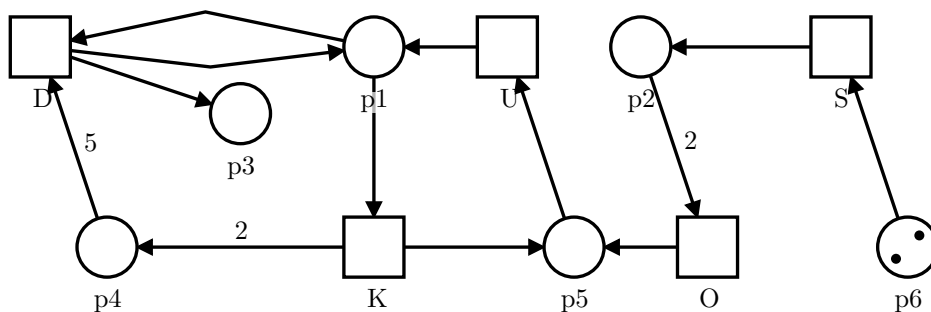


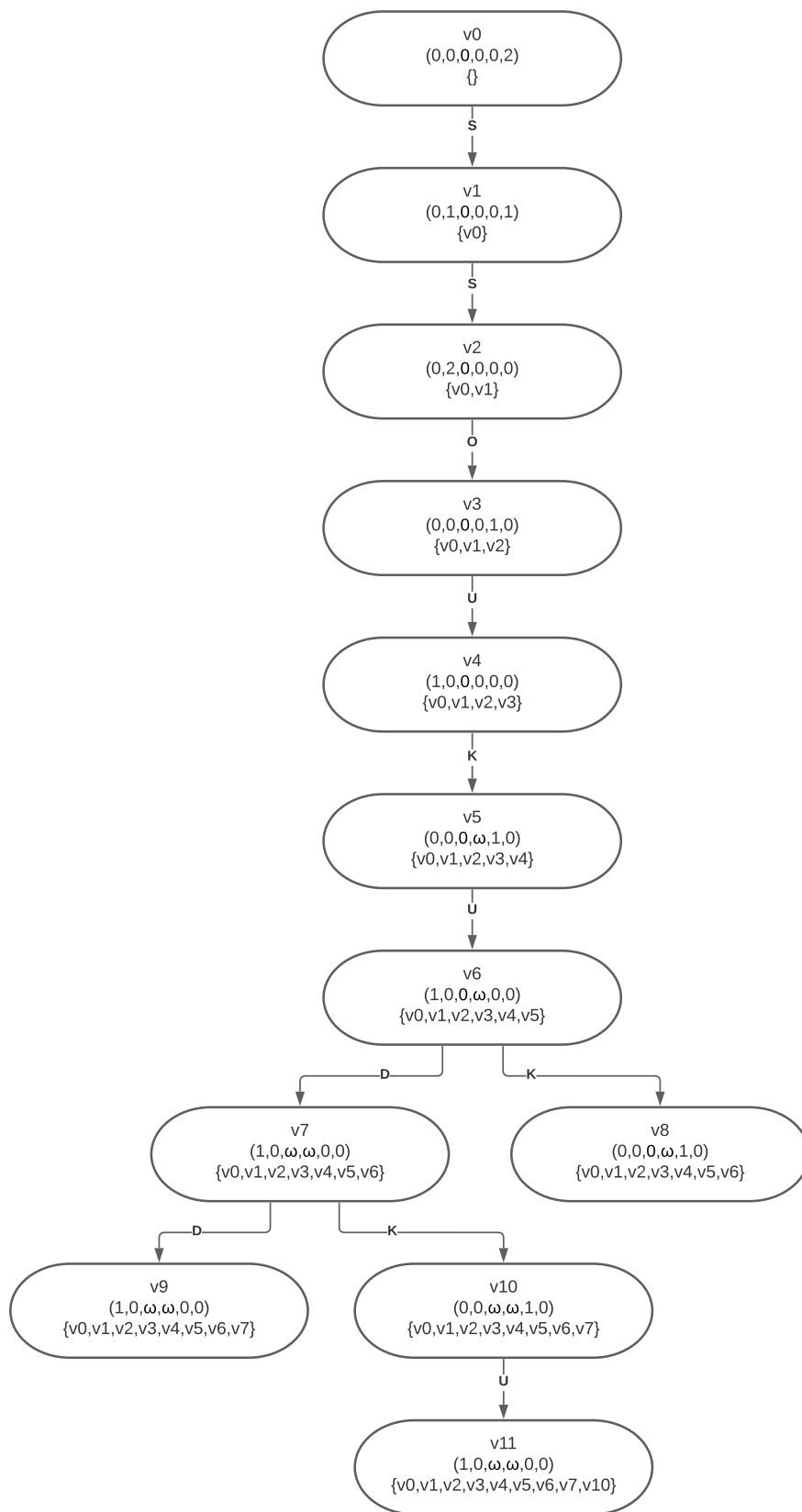
**4.7 Určte hladinu živosti z PS z predchádzajúcej úlohy.**

prechod  $t_4$  je L1 živý, ostatné prechody sú L3 živé.

**4.8 Nakreslite Strom pokrytia zo zadanej PS na obrázku.**

V zadaní nebolo určené označenie miest. Pre riešenie úlohy sme si ich označili, tak ako je uvedené na obrázku.





#### 4.9 Určte hladinu živosti z PS z predchádzajúcej úlohy.

Prechody  $S$  a  $O$  sú L1 živé, ostatné prechody sú L4 živé.

#### 4.10 Teoretická Otázka: Oplyvňuje počiatkové značkovanie ohraňenosť PS? Odpoveď zdôvodnite.

môže

Záleží od štruktúry siete. Existujú siete, ktoré sú neohraňené bez ohľadu na počiatkové značkovanie. Rovnako existujú siete, ktoré sú ohraňené bez ohľadu na počiatkové značkovanie. Existuje však aj skupina sietí, ktorých ohraňenosť závisí od ich počiatkového značkovania. Príklad takejto siete je na obrázku.

