

1 Definície Petriho sietí

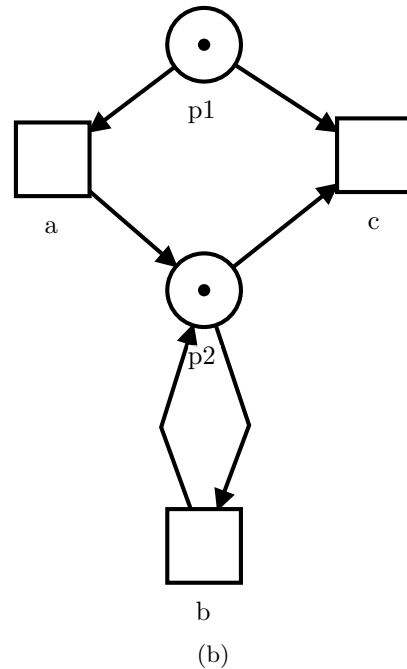
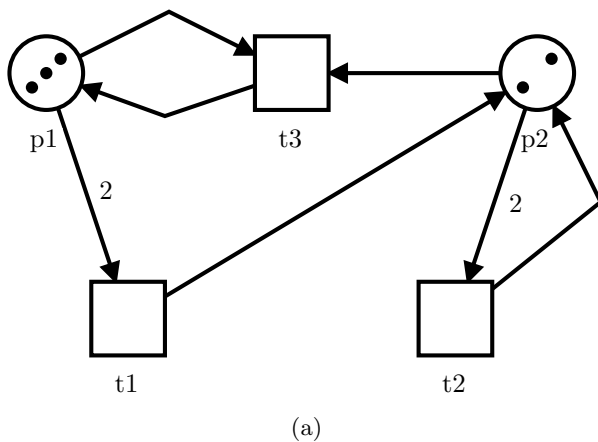
1.1 Nakreslite Petriho sieť definovanú zápisom v tvare (P, T, F, W, m_0) ! Ak to nie je možné, zdôvodnite prečo!

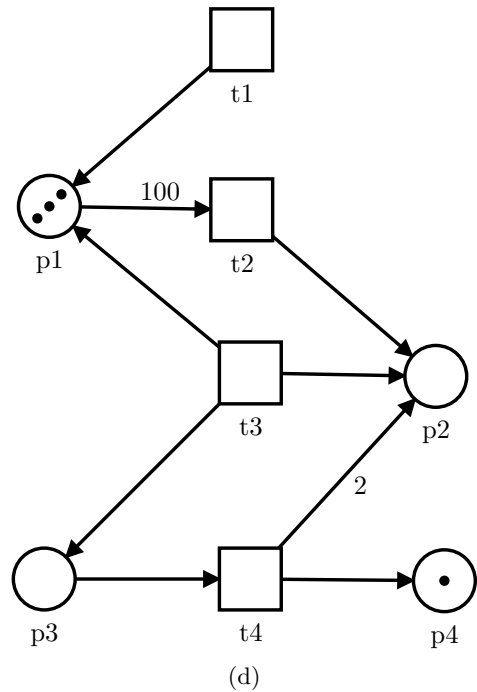
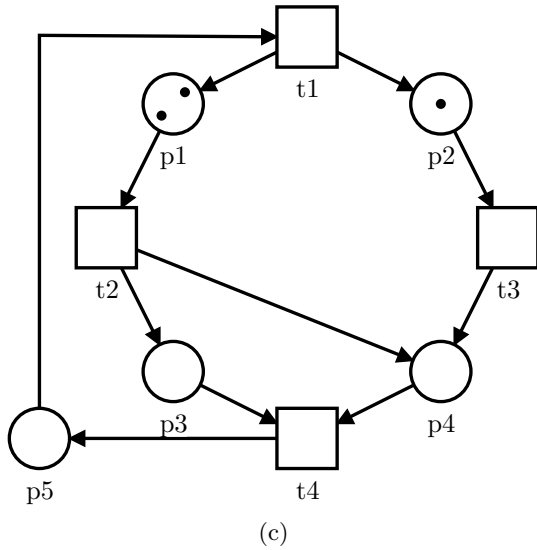
- a $(\emptyset, \{a, b, c, d\}, \emptyset, \emptyset, \emptyset)$
- b $(\{a, b\}, \{c, d\}, \emptyset, \emptyset, \emptyset)$
- c $(\{a, b\}, \{c, d\}, \{\vec{ac}, \vec{cb}, \vec{bd}\}, \{\vec{ac} : 1, \vec{cb} : 2, \vec{bd} : 1\}, (1, 0))$
- d $(\{a, b\}, \{b, c, d\}, \emptyset, \emptyset, (0, 0))$
- e $(\{a, b, c\}, \{d, e, f\}, \{\vec{ab}, \vec{db}, \vec{ce}, \vec{fb}\}, \{\vec{ab} : 1, \vec{db} : 1, \vec{ce} : 0, \vec{fb} : 1\}, (1, 0, 0))$
- f $(\{a, b, c\}, \{d, e, f\}, \{\vec{db}, \vec{ce}, \vec{fb}\}, \{\vec{db} : 1, \vec{ce} : 0, \vec{fb} : -1\}, (1, 0, 0))$
- g $(\{a, b, c\}, \{d, e, f\}, \{\vec{ae}, \vec{ec}, \vec{cf}, \vec{fb}, \vec{bd}, \vec{da}\}, \{\vec{ae} : 2, \vec{ec} : 1, \vec{cf} : 1, \vec{fb} : 1, \vec{bd} : 1, \vec{da} : 2\}, (0, 1, 0))$
- h $(\{A, B, C\}, \{a, b, c\}, \{\vec{Aa}, \vec{Ab}, \vec{bA}, \vec{cC}, \vec{bB}\}, \{\vec{Aa} : 1, \vec{Ab} : 2, \vec{bA} : 2, \vec{cC} : 1, \vec{bB} : 4\}, (5, 0, 1))$

1.2 Nakreslite Petriho sieť definovanú zápisom v tvare (P, T, I, O, m_0) ! Ak to nie je možné, zdôvodnite prečo!

- a $(\{a, b\}, \{c, d\}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, (1, 0))$
- b $(\{a, b\}, \{c, d\}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, (4, 1))$
- c $(\{a, b\}, \{c, d\}, \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, (4, 9))$
- d $(\{a, b\}, \{c, d\}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, (7, 1))$

1.3 Zapíšte definície Petriho sietí v tvare (P, T, F, W, m_0) aj v tvare (P, T, I, O, m_0) !





2 Výpočet spustiteľnosti a dosiahnuteľnosti

2.1 Pre Petriho sieť $(\{b, c\}, \{a, e, i\}, (\begin{smallmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{smallmatrix}), (\begin{smallmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{smallmatrix}), (3, 2))$ určte:

- a množinu presetu $\bullet b$
- b množinu postsetu $c \bullet$
- c množinu presetu $\bullet a$
- d množinu postsetu $a \bullet$
- e množinu presetu všetkých prechodov
- f množinu postsetu všetkých prechodov

2.2 Zostrojte Petriho sieť z množín presetu a postsetu pre ktorú platí, že $T = \{A, B, C\}$, všetky hrany majú váhu 1 a počiatkové značkovanie každého miesta je 0! Napíšte definíciu tejto siete v tvare (P, T, I, O, m_0) !

- $\bullet A = \emptyset$
- $\bullet B = \{b, c\}$
- $\bullet C = \{a, c, d\}$
- $A \bullet = \{b, c\}$
- $B \bullet = \emptyset$
- $C \bullet = \{c, d\}$

2.3 Vypočítajte incidenčnú maticu (C) zo vstupných a výstupných matic z predchádzajúcich úloh!

2.4 Overte spustiteľnosť zadaných prechodov v Petriho sieti z úlohy 2.1 a zapíšte novo dosiahnuté značkovanie!

- a prechodu a
- b prechodu e
- c prechodu a a následne e
- d prechodu e a následne e
- e prechodu i a následne e
- f prechodu e a následne i

2.5 Overte/rozhodnite dosiahnuteľnosť stavov v Petriho sieti z úlohy 2.1 a zapíšte sekvenciu spúšťania prechodov, ktorá dané značkovanie dosiahne!

- a stav $(2, 2)$
- b stav $(1, 2)$
- c stav $(1, 0)$
- d stav $(1, 1)$

2.6 Overte/rozhodnite dosiahnuteľnosť stavov v Petriho sieti $(\{r, s, t, v\}, \{a, e, i\}, \{\vec{ra}, \vec{as}, \vec{se}, \vec{et}, \vec{ta}, \vec{ev}, \vec{vi}, \vec{ir}\}, \forall f \in F : W(f) = 1, (0, 0, 1, 2))$ a zapíšte sekvenciu spúšťania prechodov, ktorá dané značkovanie dosiahne!

- a stav $(1, 1, 0, 0)$
- b stav $(1, 0, 1, 1)$
- c stav $(0, 0, 2, 1)$
- d stav $(2, 0, 1, 0)$
- e stav $(2, 1, 0, 0)$

2.7 V modelery Petriho sietí skúste namodelovať:

- a interakciu medzi výrobcom a spotrebiteľom, kde výrobca niečo vyrába a spotrebiteľ to konzumuje
- b predchádzajúci prípad, pričom má výrobca maximálnu skladovú kapacitu, ktorú nemôže svojou výrobou presiahnuť
- c dopravný semafor
- d dva prepojené semafory na križovatke
- e proces výberu peňazí z bankomatu
- f formulár s dátovým polom typu "multiple choice", v ktorom je nutné vybrať aspoň jednu z možností a následne je možné formulár odovzdať, po čom už nie je možné modifikovať zvolené možnosti.

3 Graf dosiahnuteľnosti a strom pokrytia

3.1 Pre zadané Petriho siete nakreslite graf dosiahnuteľnosti, alebo označte danú sieť za neohraničenú, pokiaľ to nie je možné!

a $(\{p_1, p_2\}, \{t_1, t_2, t_3\}, (\begin{smallmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{smallmatrix}), (\begin{smallmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{smallmatrix}), (3, 2))$

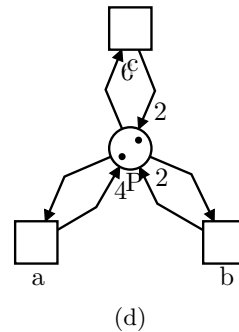
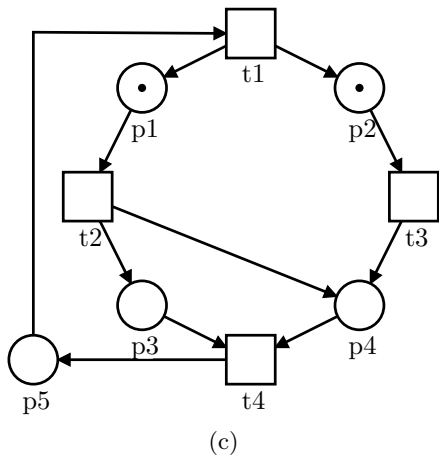
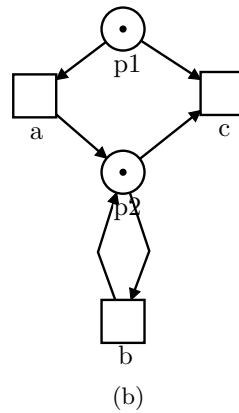
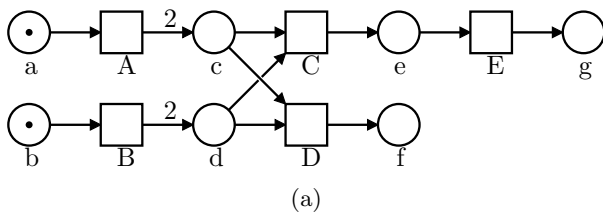
b $(\{p_1, p_2, p_3, p_4\}, \{t_1, t_2, t_3, t_4\}, \{\overrightarrow{p_1 t_1}, \overrightarrow{t_1 p_1}, \overrightarrow{p_1 t_2}, \overrightarrow{t_1 p_2}, \overrightarrow{p_2 t_3}, \overrightarrow{t_3 p_2}, \overrightarrow{p_2 t_4}, \overrightarrow{t_4 p_2}, \overrightarrow{p_3 t_3}, \overrightarrow{t_3 p_3}, \overrightarrow{p_3 t_4}, \overrightarrow{t_4 p_3}\}, \forall f \in F : W(f) = 1, (1, 0, 0, 0))$

c $(\{a, b, c, d, e, f\}, \{A, B, C, D, E, F, G\}, \{\overrightarrow{aA}, \overrightarrow{Ab}, \overrightarrow{bB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{cC}, \overrightarrow{Cd}, \overrightarrow{dD}, \overrightarrow{Da}, \overrightarrow{bF}, \overrightarrow{Fa}, \overrightarrow{cE}, \overrightarrow{Eb}, \overrightarrow{eF}, \overrightarrow{fE}, \overrightarrow{fF}, \overrightarrow{Ff}, \overrightarrow{Be}, \overrightarrow{eB}, \overrightarrow{eG}, \overrightarrow{Gf}, \overrightarrow{eC}, \overrightarrow{Ce}\}, \forall f \in F : W(f) = 1, (1, 0, 0, 0, 0, 1))$

d $(\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7\}, \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6\}, (\begin{smallmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{smallmatrix}), (\begin{smallmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{smallmatrix}), (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0))$

e $(\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6\}, \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6\}, (\begin{smallmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{smallmatrix}), (\begin{smallmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{smallmatrix}), (1, 0, 0, 0, 0, 0))$

3.2 Pre vyobrazené Petriho siete nakreslite graf dosiahnuteľnosti, alebo označte danú sieť za neohraničenú, pokiaľ to nie je možné!



3.3 Pre siete z úloh 3.1 a 3.2 zostrojte strom pokrytia!

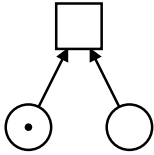
3.4 Zo stromov pokrytia zostrojených v úlohe 3.3 zostrojte grafy pokrytia!

4 Živosť

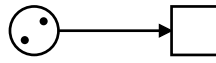
4.1 vysvetlite rozdiel medzi L_2 a L_3 živostou!

4.2 Rozhodnutie či platí tvrdenie: V Petriho sieti, ktorá neobsahuje žiadne značky sú všetky prechody L_0 živé. Svoje rozhodnutie zdôvodnite.

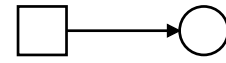
4.3 Určite živosť všetkých prechodov vo vyobrazených sieťach!



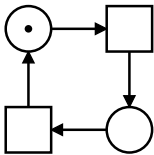
(a)



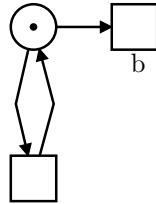
(b)



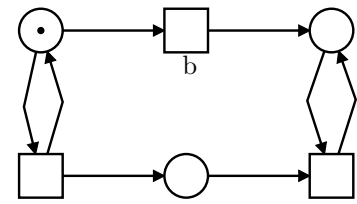
(c)



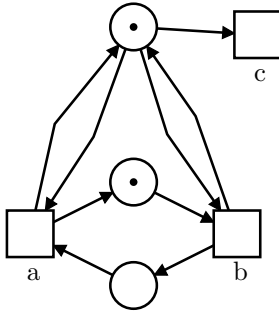
(d)



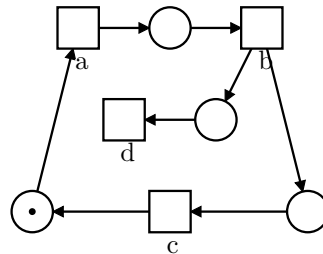
(e)



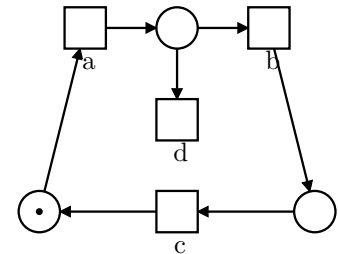
(f)



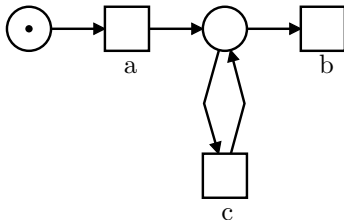
(g)



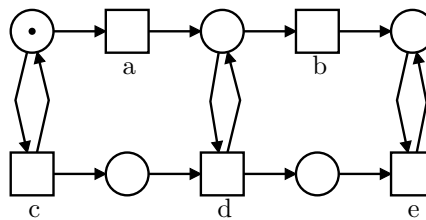
(h)



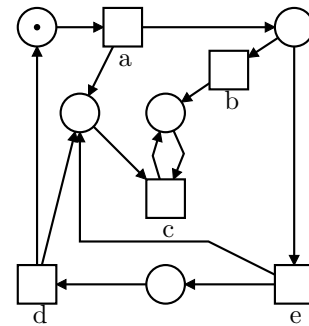
(i)



(j)



(k)



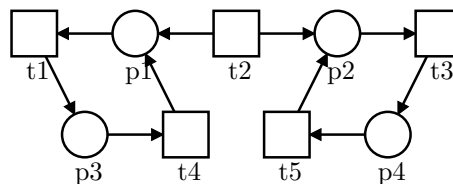
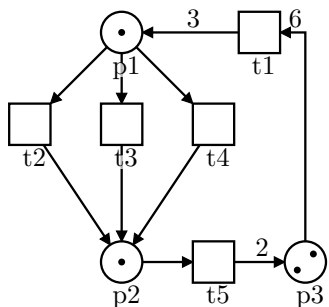
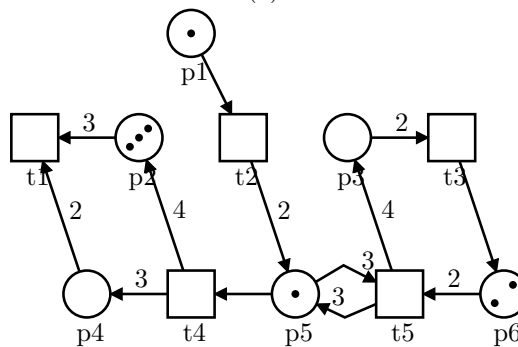
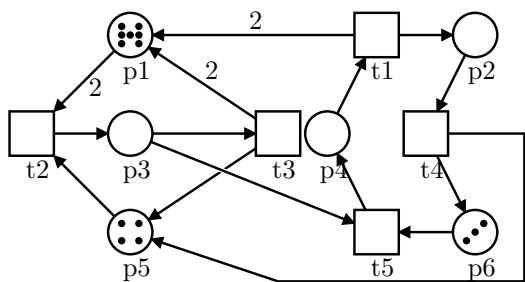
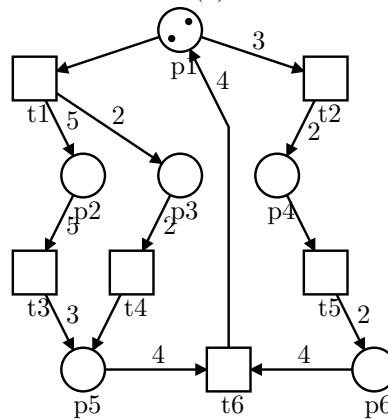
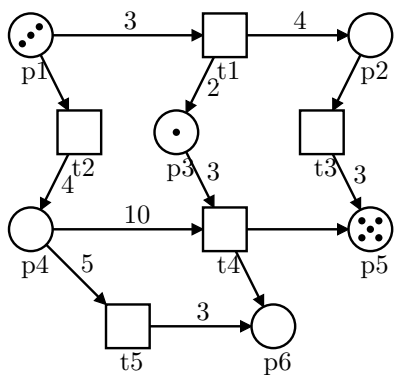
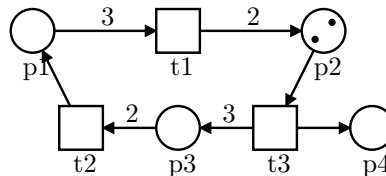
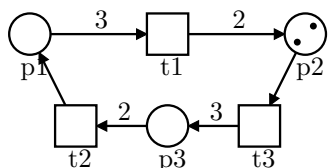
(l)

4.4 Nakreslite takú Petriho sieť, ktorá bude obsahovať toľko prechodov, koľko je hladín živosti a zároveň má každý prechod inú hladinu živosti (skúste minimalizovať počet miest)!

5 T-invariant a reverzibilita

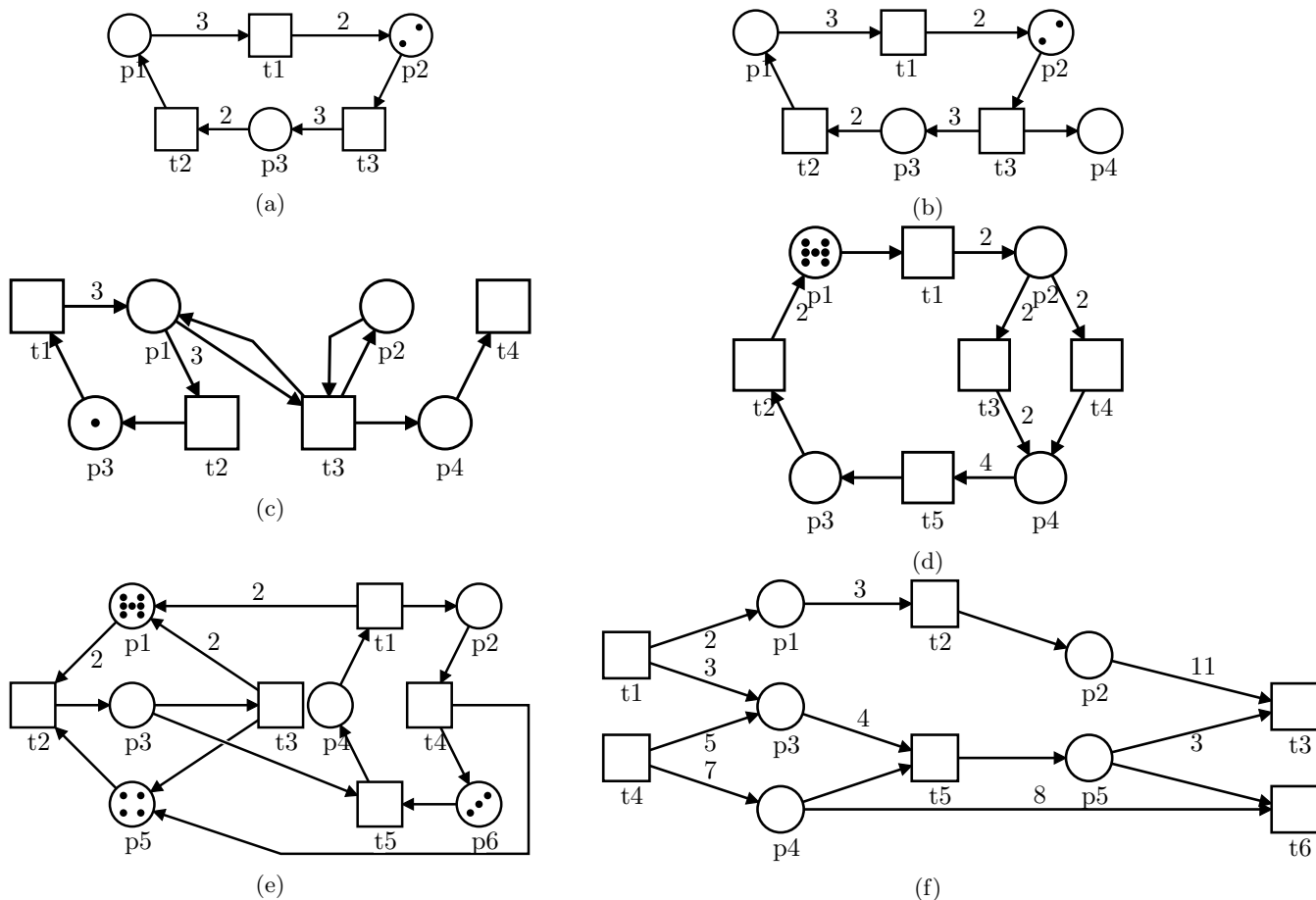
5.1 Vysvetlite pojmy "nutná podmienka" a "postačujúca podmienka"!

5.2 Vypočítajte T-invariant pre zadané siete a zhodnoťte dôsledky výsledkov!



6 P-invariant a ohraničenosť

6.1 Vypočítajte P-invariant pre zadané siete a zhodnoťte dôsledky výsledkov!



6.2 Zostrojte Petriho sieť pre ktorú platí, že zadaný vektor je jej T-invariant!

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ a \end{matrix} & \begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ a \\ 0 \end{pmatrix} \\ b \end{matrix} & a \in \mathbb{N} & \begin{matrix} \begin{pmatrix} a \\ a \\ b \end{pmatrix} \\ c \end{matrix} & a, b \in \mathbb{N} & \begin{matrix} \begin{pmatrix} a \\ a+b \\ b \\ 0 \end{pmatrix} \\ d \end{matrix} & a, b \in \mathbb{N}
 \end{matrix}$$

6.3 Zostrojte Petriho sieť pre ktorú platí, že zadaný vektor je jej P-invariant!

$$\begin{matrix} (0 \ 0 \ 0 \ 0) \\ a \end{matrix} & \begin{matrix} (2a \ 5a) \\ b \end{matrix} & a \in \mathbb{N} & \begin{matrix} (0 \ a \ 0 \ a) \\ c \end{matrix} & a \in \mathbb{N} & \begin{matrix} (a+2b \ a \ b) \\ d \end{matrix} & a, b \in \mathbb{N}
 \end{matrix}$$

7 Syntéza Petriho sietí (process mining)

7.1 Pre zadané postupnosti spustení prechodov zostavte sústavu nerovnic, ktorá zabezpečí spustiteľnosť všetkých postupností!

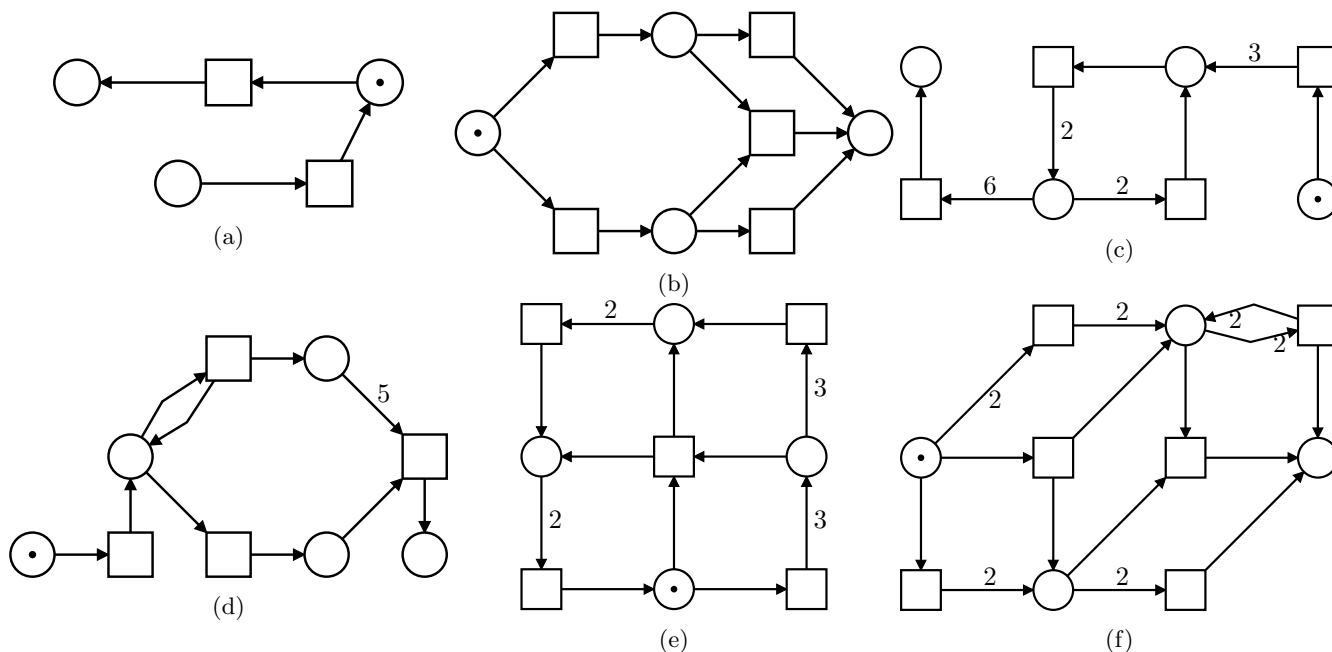
a	b	c
abc	abd	dd
acb	acd	dab
cab	adb	dac
	adc	adb
	dab	adc
	dac	abd
		acd
		abab
		abac
		acab
		acac
		aabb
		aabc
		aacb
		aacc

7.2 Pre zadané postupnosti z úlohy 7.1 zostavte množinu zakázaných (nesprávnych) pokračovaní a nerovnic, ktoré zabránia ich spusteniu!

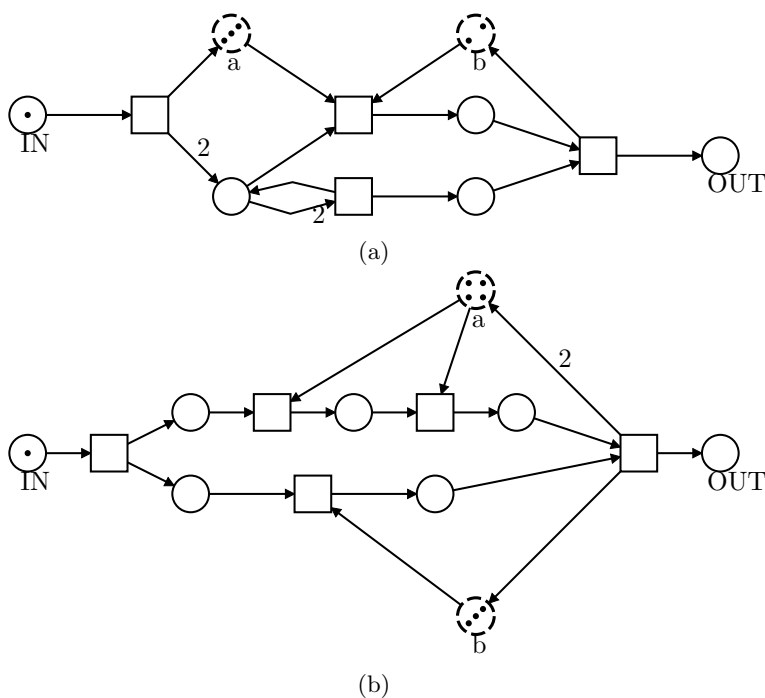
7.3 Pomocou nerovnic z príkladov 7.1 a 7.2 zostavte sústavu nerovnic, z ktorej sa dá vypočítať počiatočné značkovanie jedného miesta v syntentizovanej sieti a váhy hrán, ktoré s ním incidujú! Vysvetlite ako ste túto sústavu zostavili!

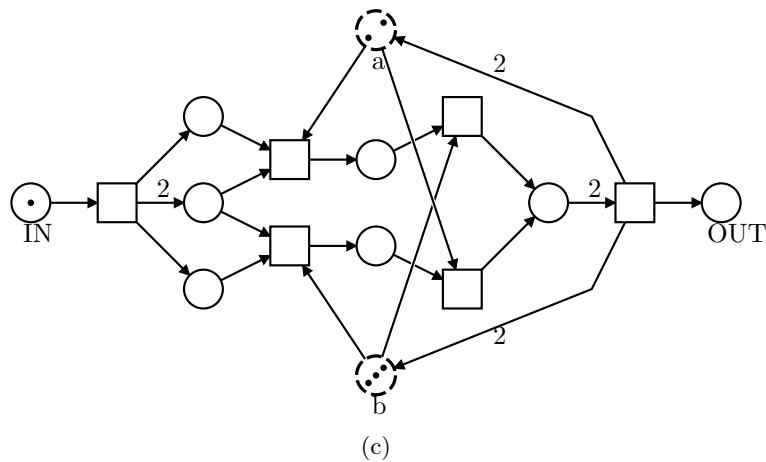
8 Workflow siete

8.1 Rozhodnite, či sú zadané siete workflow sieťami! Ak áno, označte vstupné a výstupné miesto. Ak nie zdôvodnite prečo!



8.2 Doplňte do zadaných sietí určujúce miesta pre statické miesta, ako aj hrany s nimi incidujúce! Rozhodnite, či takto doplnené určené siete sú korektnými workflow sieťami!





8.3 Pre určené siete, ktoré sú korektnými workflow sieťami, z úlohy 8.2 zostrojte sieť dosiahnuteľnosti!

9 Analýza uviaznutí

9.1 Vysvetlite pojmi *uviaznutie*, *zamrznutie* (deadlock) a *zacyklenie* (livelock)! Aké sú medzi nimi rozdiely?

9.2 V sieťach dosiahnuteľnosti z úlohy 8.3 vyznačte miesta so zdrojmi!

9.3 V sieťach dosiahnuteľnosti z úlohy 9.2 vyznačte prechody vyžadujúce zdroje a kritické miesta!

9.4 Vysvetlite rozdiel medzi kritickým uviaznutím a základným uviaznutím!

9.5 Vypočítajte hodnoty $sbound(k)$ pre všetky kritické miesta a hodnoty $sbound(K)$ pre všetky siete z príkladu 9.3!

9.6 Pomocou algoritmu z prednášky zistite, či siete z príkladu 9.3 obsahujú uviaznutia! Ak áno nájdite pomocou tohoto algoritmu základné uviaznutia!

10 Read, Reset a Inhibítor hrany

10.1 Predpokladajte, že malé písmená abecedy sú celočíselné premenné. Vyjadrite nasledovné kusy kódu pomocou Petriho sietí doplnenými o read, reset a inhibítor hrany!

a	<pre> if (a > 5 && b <= 3) { c = 2; }</pre>
b	<pre>for (int i = 7; i > 0; i--) { b += 2; if (b > 4) { break; } }</pre>
c	<pre> i = 2; do { if (i > 0) { b += 2; i--; } else { i = 3; b--; } } while (b > 1 && b < 6);</pre>

10.2 Pomocou Petriho sietí doplnených o read, reset a inhibítor hrany namodelujte sieť s tromi miestami: *cislo*, *parne* a *neparne*, takú, že z počiatočného značkovania kedy je v mieste *cislo* párny počet značiek a ostatné miesta sú prázdne sa dá dosiahnuť značkovanie, kedy je v mieste *parne* jedna značka a ostatné miesta sú prázdne. Obdobne pre prípad kedy je v mieste *cislo* nepárny počet značiek. Zo žiadneho počiatočného značkovania nesmie byť dosiahnutelné také značkovanie, že je značka aj v mieste *parne* aj v mieste *neparne*!