Riešenia

Táto časť obsahuje riešenia príkladov z dokumentu. Keďže sa v rámci jednej úlohy môžu odpovede líšiť svojou formou (obrázky / slovné odpovede), tak sú odpovede s rovnakou formou (pre jednoduchšie formátovanie) uvádzané spolu. Číslovanie príkladov je zachované.

Riešenia netreba považovať za jediné správne a vzorové. Predovšetkým slovné odpovede sa dajú naformulovať, či už viac, alebo menej, formálne. Nehodnotí sa formálnosť odpovede, ale správnosť jej zdôvodnenia. Pri odpovediach grafických si zas treba dať pozor predovšetkým na izomorfizmus grafov v riešení a na vašom papiery / kreslítku.

1 Definície Petriho sietí

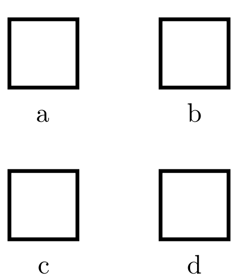
1.1 Nakreslite Petriho sieť definovanú zápisom v tvare (P, T, F, W, m_0)! Ak to nie je možné, zdôvodnite prečo!

b m_0 nepriraďuje počiatočné značkovanie žiadnemu z prvkov z množiny P, čo je v rozpore s definíciou Petriho siete (kde má byť m_0 funkcia). Zadaná pätica teda nedefinuje Petriho sieť.

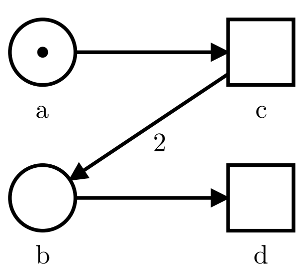
d prvok b je súčasne miestom aj prechodom, čo je v rozpore s definíciou Petriho siete. Zadaná pätica nedefinuje Petriho sieť.

e hrana $\overrightarrow{ab}$ vedie z miesta do miesta, čo je v rozpore s definíciou Petriho siete. Zadaná pätica nedefinuje Petriho sieť. Okrem toho, má hrana $\overrightarrow{ce}$ váhu 0, čo je taktiež v rozpore s definíciou Petriho siete.

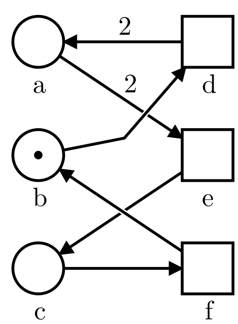
f hrany $\overrightarrow{ce}$ a $\overrightarrow{fb}$ majú váhy, ktoré nie sú kladné celé čísla, čo je v rozpore s definíciou Petriho siete. Zadaná pätica nedefinuje Petriho sieť.



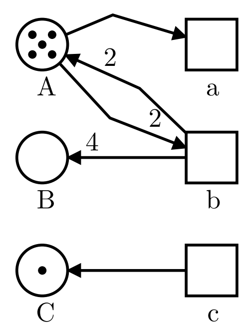
(a)



(c)



(g)

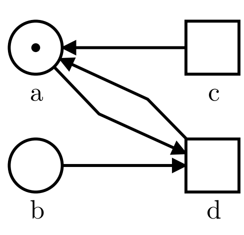


(h)

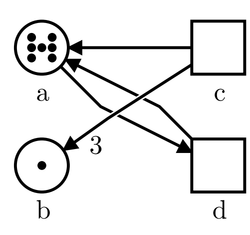
1.2 Nakreslite Petriho sieť definovanú zápisom v tvare (P, T, I, O, m_0)! Ak to nie je možné, zdôvodnite prečo!

b zadaná vstupná matica I neodpovedá svojím rozmerom množine prechodov P. Nemôže sa teda jednať o vstupnú maticu odpovedajúcu vstupnej funkcii. Zadaná pätica teda nedefinuje Petriho sieť.

c zadaná výstupná matica O obsahuje aj záporné prvky, čo je v rozpore s definíciou Petriho siete. Zadaná pätica nedefinuje Petriho sieť.



(a)



(d)

1.3 Zapíšte definície Petriho sietí v tvare (P, T, F, W, m_0) aj v tvare (P, T, I, O, m_0)!

a $(\{p_1, p_2\}, \{t_1, t_2, t_3\}, \{\overrightarrow{p_1t_1}, \overrightarrow{p_1t_3}, \overrightarrow{t_3p_1}, \overrightarrow{p_2t_3}, \overrightarrow{t_1p_2}, \overrightarrow{p_2t_2}, \overrightarrow{t_2p_2}\}, \{\overrightarrow{p_1t_1} : 2, \overrightarrow{p_1t_3} : 1, \overrightarrow{t_3p_1} : 1, \overrightarrow{p_2t_3} : 1, \overrightarrow{t_1p_2} : 1, \overrightarrow{p_2t_2} : 2, \overrightarrow{t_2p_2} : 1\}, (3, 2))$

a $(\{p_1, p_2\}, \{t_1, t_2, t_3\}, \left(\begin{smallmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), (3, 2))$

b $(\{p_1, p_2\}, \{a, b, c\}, \{\overrightarrow{p_1a}, \overrightarrow{p_1c}, \overrightarrow{ap_2}, \overrightarrow{p_2c}, \overrightarrow{p_2b}, \overrightarrow{bp_2}\}, \forall f \in F : W(f) = 1, (1, 1))$

b $(\{p_1, p_2\}, \{a, b, c\}, \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), (1, 1))$

c $(\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}, \{t_1, t_2, t_3, t_4\}, \{\overrightarrow{t_1p_1}, \overrightarrow{t_1p_2}, \overrightarrow{p_1t_2}, \overrightarrow{p_2t_3}, \overrightarrow{t_2p_3}, \overrightarrow{t_2p_4}, \overrightarrow{t_3p_4}, \overrightarrow{p_3t_4}, \overrightarrow{p_4t_4}, \overrightarrow{t_4p_5}, \overrightarrow{p_5t_1}\}, \forall f \in F : W(f) = 1, (2, 1, 0, 0, 0))$

c $(\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}, \{t_1, t_2, t_3, t_4\}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, (2, 1, 0, 0, 0))$

d $(\{p_1, p_2, p_3, p_4\}, \{t_1, t_2, t_3, t_4\}, \{\overrightarrow{t_1p_1}, \overrightarrow{p_1t_2}, \overrightarrow{t_3p_1}, \overrightarrow{t_2p_2}, \overrightarrow{t_3p_2}, \overrightarrow{t_3p_3}, \overrightarrow{t_4p_2}, \overrightarrow{p_3t_4}, \overrightarrow{t_4p_4}\}, \{\overrightarrow{t_1p_1} : 1, \overrightarrow{p_1t_2} : 100, \overrightarrow{t_3p_1} : 1, \overrightarrow{t_2p_2} : 1, \overrightarrow{t_3p_2} : 1, \overrightarrow{t_3p_3} : 1, \overrightarrow{t_4p_2} : 2, \overrightarrow{p_3t_4} : 1, \overrightarrow{t_4p_4} : 1\}, (3, 0, 0, 1))$

d $(\{p_1, p_2, p_3, p_4\}, \{t_1, t_2, t_3, t_4\}, \begin{pmatrix} 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, (3, 0, 0, 1))$

2 Výpočet spustiteľnosti a dosiahnuteľnosti

2.1 Pre Petriho sieť $(\{b, c\}, \{a, e, i\}, \left(\begin{smallmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), (3, 2))$ určte:

a $\bullet b$ - nie je možné určiť, keďže preset je definovaný iba pre prechody a b je miesto

b $c\bullet$ - nie je možné určiť, keďže postset je definovaný iba pre prechody a c je miesto

$$\bullet a = \{b\}$$

$$\bullet e = \{c\}$$

$$\bullet i = \{b, c\}$$

$$a\bullet = \{c\}$$

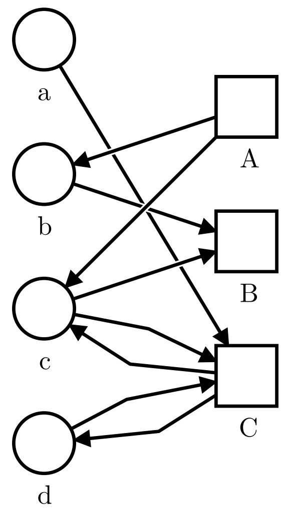
$$e\bullet = \{c\}$$

$$i\bullet = \{b\}$$

2.2 Zostrojte Petriho sieť z množín presetu a postsetu pre ktorú platí, že $T = \{A, B, C\}$, všetky hrany majú váhu 1 a počiatočné značkovanie každého miesta je 0! Napíšte definíciu tejto siete v tvare (P, T, I, O, m_0)!

Sietí so zadaným predpisom je nekonečne veľa, keďže len s množín presetu a postsetu nedokážeme jednoznačne určiť obsah množiny P. Tá môže totiž obsahovať aj miesta, ktoré nie sú spojené hranami so žiadnym prechodom. Uvedené riešenie je taká sieť, pre ktorú je množina P najmenšia možná.

$$(\{a, b, c, d\}, \{A, B, C\}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, (0, 0, 0, 0))$$



2.3 Vypočítajte incidenčnú maticu (C) zo vstupných a výstupných matíc z predchádzajúcich úloh!

Incidenčné matice zo sietí z príkladu 1.3

a $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

b $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

c $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

d $\begin{pmatrix} 1 & -100 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Incidenčné matice zo sietí z príkladov 2.1 a 2.2

1. $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2.4 Overte spustiteľnosť zadaných prechodov v Petriho sieti z úlohy 2.1 a zapíšte novo dosiahnuté značkovanie!

a keďže platí nerovnosť $\binom{3}{2} \geq \binom{2}{0}$ je prechod a spustiteľný. Značkovanie dosiahnuté spustením prechodu a je $(1, 3)$

b keďže platí nerovnosť $\binom{3}{2} \geq \binom{0}{2}$ je prechod e spustiteľný. Značkovanie dosiahnuté spustením prechodu e je $(3, 1)$

c keďže platí nerovnosť $\binom{1}{3} \geq \binom{0}{2}$ je prechod e spustiteľný po prechode a. Značkovanie dosiahnuté spustením postupnosti prechodov ae je $(1, 2)$

d keďže neplatí nerovnosť $\binom{3}{1} \geq \binom{0}{2}$ nie je prechod e spustiteľný po prechode e

e keďže neplatí nerovnosť $\binom{3}{1} \geq \binom{0}{2}$ nie je prechod e spustiteľný po prechode i

f keďže platí nerovnosť $\binom{3}{1} \geq \binom{1}{1}$ je prechod i spustiteľný po prechode e. Značkovanie dosiahnuté spustením postupnosti prechodov ei je $(3, 0)$

2.5 Overte/rozhodnite dosiahnuteľnosť stavov v Petriho sieti z úlohy 2.1 a zapíšte sekvenciu spúšťania prechodov, ktorá dané značkovanie dosiahne!

a stavová rovnica nemá riešenie v prirodzených číslach. Značkovanie $(2, 2)$ je zo zadaného počiatočného značkovania nedosiahnuteľné

b zo stavovej rovnice sme vypočítali, že na dosiahnutie značkovania $(1, 2)$ je nutné spustiť prechody $\left(\begin{smallmatrix}1\\0\\1\end{smallmatrix}\right)$ alebo $\left(\begin{smallmatrix}1\\1\\0\end{smallmatrix}\right)$. Z úlohy 2.4 vieme, že postupnosť ae je spustiteľná

c zo stavovej rovnice sme vypočítali, že na dosiahnutie značkovania $(1, 0)$ je nutné spustiť jednu z kombinácií prechodov $\left(\begin{smallmatrix}1\\3\\0\end{smallmatrix}\right)$, $\left(\begin{smallmatrix}1\\2\\1\end{smallmatrix}\right)$, $\left(\begin{smallmatrix}1\\1\\2\end{smallmatrix}\right)$ alebo $\left(\begin{smallmatrix}1\\0\\3\end{smallmatrix}\right)$. Jedna zo spustiteľných postupností je napríklad $iiai$

d zo stavovej rovnice sme vypočítali, že na dosiahnutie značkovania $(1, 1)$ je nutné spustiť jednu z kombinácií prechodov $\left(\begin{smallmatrix}1\\2\\0\end{smallmatrix}\right)$, $\left(\begin{smallmatrix}1\\1\\1\end{smallmatrix}\right)$ alebo $\left(\begin{smallmatrix}1\\0\\2\end{smallmatrix}\right)$. Jedna zo spustiteľných postupností je napríklad aei

2.6 Overte/rozhodnite dosiahnuteľnosť stavov v Petriho sieti $(\{r, s, t, v\}, \{a, e, i\}, \{\overrightarrow{ra}, \overrightarrow{as}, \overrightarrow{se}, \overrightarrow{et}, \overrightarrow{ta}, \overrightarrow{ev}, \overrightarrow{vi}, \overrightarrow{ir}\}, \forall f \in F : W(f) = 1, (0, 0, 1, 2))$ a zapíšte sekvenciu spúšťania prechodov, ktorá dané značkovanie dosiahne!

a stavová rovnica má nekonečne veľa riešení v tvare $\left(\begin{smallmatrix}a+1\\a\\a+2\end{smallmatrix}\right)$, kde $a \in \mathbb{N}$. Najmenšie možné riešenie je teda $\left(\begin{smallmatrix}1\\0\\2\end{smallmatrix}\right)$. Jedna zo spustiteľných postupností je napríklad iia

b stavová rovnica má nekonečne veľa riešení v tvare $\left(\begin{smallmatrix}a\\a\\a+1\end{smallmatrix}\right)$, kde $a \in \mathbb{N}$. Najmenšie možné riešenie je teda $\left(\begin{smallmatrix}0\\0\\1\end{smallmatrix}\right)$. Prechod i je z počiatočného značkovania spustiteľný

c stavová rovnica nemá riešenie. Značkovanie $(0, 0, 2, 1)$ je zo zadaného počiatočného značkovania nedosiahnuteľné

d stavová rovnica má nekonečne veľa riešení v tvare $\left(\begin{smallmatrix}a\\a\\a+2\end{smallmatrix}\right)$, kde $a \in \mathbb{N}$. Najmenšie možné riešenie je teda $\left(\begin{smallmatrix}0\\0\\2\end{smallmatrix}\right)$. Postupnosť ii je z počiatočného značkovania spustiteľná

e stavová rovnica nemá riešenie. Značkovanie $(2, 1, 0, 0)$ je zo zadaného počiatočného značkovania nedosiahnuteľné

3 Graf dosiahnuteľnosti a strom pokrytia

Keďže náš LaTeX editor nepodporuje SVG 1.1, tak sú grafy pre túto kapitolu dostupné na stiahnutie zo stránky predmetu.

3.1 Pre zadané Petriho siete nakreslite graf dosiahnuteľnosti, alebo označte danú sieť za neohraničenú, pokiaľ to nie je možné!

Siete pre ktoré nie je uvedený graf dosiahnuteľnosti sú neohraničené.

3.2 Pre vyobrazené Petriho siete nakreslite graf dosiahnuteľnosti, alebo označte danú sieť za neohraničenú, pokiaľ to nie je možné!

Siete pre ktoré nie je uvedený graf dosiahnuteľnosti sú neohraničené.

3.3 Pre siete z úloh 3.1 a 3.2 zostrojte strom pokrytia!

3.4 Zo stromov pokrytia zostrojených v úlohe 3.3 zostrojte grafy pokrytia!

Graf pokrytia pre ohraničené siete je totožný s grafom dosiahnuteľnosti. Uvádzame iba grafy pokrytia pre neohraničené siete.

4 Živosť

4.1 vysvetlite rozdiel medzi L_2 a L_3 živosťou!

Prechod so živosťou L_2 je možné spustiť viac ako ľubovoľný počet krát. Prechod so živosťou L_3 je možné spustiť nekonečne veľa krát.

4.2 Rozhodnutie či platí tvrdenie: V Petriho sieti, ktorá neobsahuje žiadne značky sú všetky prechody L_0 živé. Svoje rozhodnutie zdôvodnite.

Toto tvrdenie neplatí. Jednoduchý protipríklad je sieť, ktorá obsahuje iba jeden prechod. Keďže tento prechod nemá žiadne vstupné miesta, je vždy spustiteľný a teda nie je L_0 živý. V skutočnosti je takýto prechod L_4 živý.

4.3 Určite živosť všetkých prechodov vo vyobrazených sieťach!

a L_0

b L_1

c L_4

d oba prechody sú L_4

e prechod a je L_3, prechod b je L_1

f prechod a je L_3, prechod b je L_1, prechod c je L_2

g prechody a a b sú L_3, prechod c je L_1

h všetky prechody sú L_4

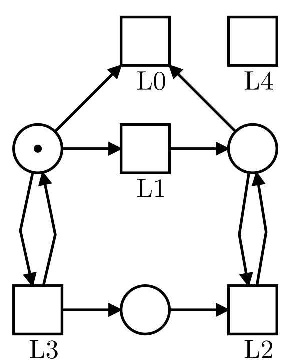
i prechody a, b a c sú L_3, prechod d je L_1

j prechody a a b sú L_1, prechod c je L_3

k prechody a a b sú L_1, prechod c je L_3, prechody d a e sú L_2

l prechody a, d a e sú L_3, prechod b je L_1, prechod c je L_2

4.4 Nakreslite takú Petriho sieť, ktorá bude obsahovať toľko prechodov, koľko je hladín živosti a zároveň má každý prechod inú hladinu živosti (skúste minimalizovať počet miest)!



5 T-invariant a reverzibilita

5.1 Vysvetlite pojmy "nutná podmienka" a "postačujúca podmienka"!

Keď A je nutná podmienka B, tak to znamená, že vždy, keď B platí, tak platí aj A. Okrem toho vždy keď A neplatí, tak neplatí ani B. Inými slovami B nemôže nastať bez A. Tento vzťah medzi A a B sa dá vyjadriť ako implikácia $B \Rightarrow A$.

Ako príklad môžeme uviesť môžeme uviesť tvrdenie: "Prítomnosť dažďa je nutná podmienka toho, aby som zmokol". Pokiaľ neprší (neplatí A), tak viem, že som nezmokol (neplatí B). Pokiaľ prší (platí A), tak som zmoknúť mohol, ale nemusel - mohol som mať napríklad dáždnik, alebo som vôbec nemusel byť vonku. Len na základe splnenia nutnej podmienky neviem rozhodnúť o tom, či je splnené aj tvrdenie B.

Keď C je postačujúca podmienka D, tak to znamená, že vždy, keď C platí, tak platí aj D. Inými slovami pokiaľ viem, že nastane C, stačí mi táto informácia na to, aby som vedel povedať, že musí nastať aj D. D však môže nastať aj keď C neplatí. Tento vzťah medzi C a D sa dá vyjadriť ako implikácia $C \Rightarrow D$. Všimnite si, že keď C je postačujúca podmienka D, tak D je nutná podmienka C.

Ako príklad môžeme uviesť obrátenú podobu predchádzajúceho príkladu: "To, že zmoknem je postačujúca podmienka toho, že prší". Pokiaľ som zmokol (platí C), tak viem, že muselo pršať (platí D). Pokiaľ som nezmokol (neplatí C), tak neviem rozhodnúť, či pršalo, alebo nie - mohol som mať dáždnik, alebo som vôbec nemusel vyjsť von. Len na základe informácie, že postačujúca podmienka nie je splnená neviem rozhodnúť o tom, či je splnené aj tvrdenie D.

5.2 Vypočítajte T-invariant pre zadané siete a zhodnoťte dôsledky výsledkov!

Pre kontrolu výpočtov uvádzame pre každý príklad incidenčnú maticu C, riešenie T-invariantu a zhodnotenie dôsledku. Zhodnotenia dôsledkov sú uvedené pod tabuľkou.

	incidenčná matica	T-invariant
a	$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} k \\ 3k \\ 2k \end{pmatrix} \ k \in \mathbb{N}$
b	$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
c	$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & -10 & -5 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
d	$\begin{pmatrix} -1 & -3 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 5 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} a \\ a \\ a \\ a \\ 2a \\ a \end{pmatrix} \ a \in \mathbb{N}$
e	$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} a \\ a+b \\ b \\ a \\ a \end{pmatrix} \ a, b \in \mathbb{N}$
	$\vdots$	$\vdots$

	incidenčná matica	T-invariant
f	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 4 \\ -2 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2a \\ 0 \\ a \end{pmatrix} a \in \mathbb{N}$
g	$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ -6 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ 3a \end{pmatrix} a, b, c, d \in \mathbb{N} \wedge b + c + d = 3a$
h	$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} a \\ 0 \\ b \\ a \\ b \end{pmatrix} a, b \in \mathbb{N}$

Pokiaľ má Petriho sieť nenulový T-invariant (napríklad úloha a), tak je dôsledok nasledovný:

Petriho sieť má nenulový T-invariant a spĺňa nutnú podmienku reverzibility. O tom, či je Petriho sieť reverzibilná nie je možné rozhodnúť len na základe tejto informácie

Pokiaľ má Petriho sieť ako jediné riešenie rovnice nulový vektor (napríklad úloha b), tak je dôsledok nasledovný:

Petriho sieť nemá nenulový T-invariant a teda nie je splnená nutná podmienka reverzibility. Petriho sieť nie je reverzibilná.

6 P-invariant a ohraničenosť

6.1 Vypočítajte P-invariant pre zadané siete a zhodnoťte dôsledky výsledkov!

Pre kontrolu výpočtov uvádzame pre každý príklad incidenčnú maticu C, riešenie P-invariantu a zhodnotenie dôsledku. Zhodnotenia dôsledkov sú uvedené pod tabuľkou.

	incidenčná matica	P-invariant
a	$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2a & 3a & a \end{pmatrix} a \in \mathbb{N}$
b	$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2a & 3a & a & 0 \end{pmatrix} a \in \mathbb{N}$
c	$\begin{pmatrix} 3 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} a & b & 3a & 0 \end{pmatrix} a, b \in \mathbb{N}$
d	$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
	$\vdots$	$\vdots$

	incidenčná matica	P-invariant
e	$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} a & b+c & 2a+b & 2a+b+c & b & c \end{pmatrix}$ $a, b, c \in \mathbb{N}$
f	$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -11 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 5 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & -1 & -8 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

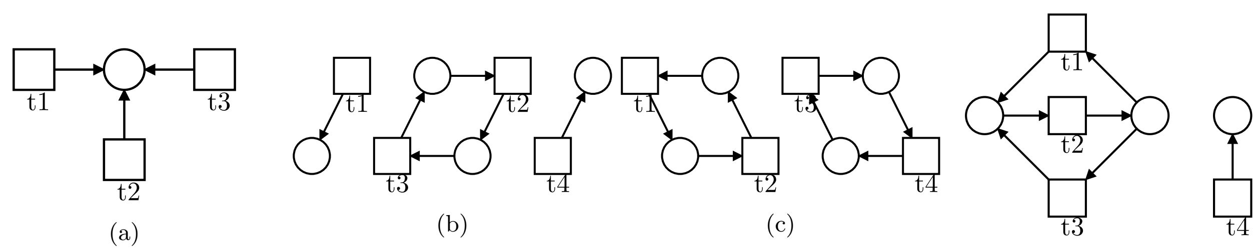
Pokiaľ má Petriho sieť P-invariant, ktorý neobsahuje nulové prvky (napríklad úloha a), tak je dôsledok nasledovný:

Petriho sieť má P-invariant neobsahujúci nulové prvky a spĺňa postačujúcu podmienku ohraničenosti. Petriho sieť je ohraničená.

Pokiaľ má Petriho sieť P-invariant, ktorý obsahuje aspoň jeden nulový prvok (napríklad úloha b), tak je dôsledok nasledovný:

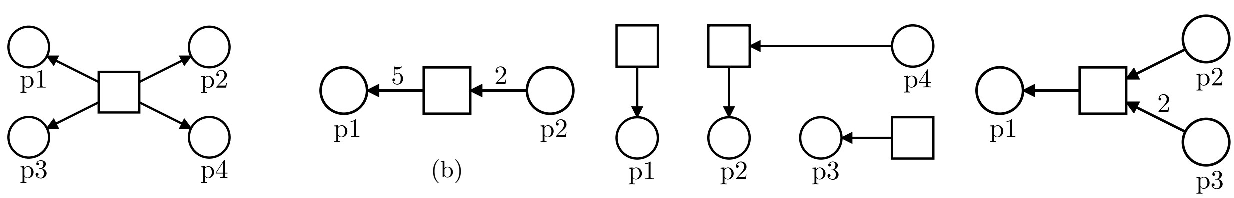
Petriho sieť má P-invariant obsahujúci nulové prvky a teda nie je splnená postačujúca podmienka ohraničenosti. O ohraničenosti Petriho siete nie je možné rozhodnúť iba na základe tejto informácie.

6.2 Zostrojte Petriho sieť pre ktorú platí, že zadaný vektor je jej T-invariant!



(a) (b) (c) (d)

6.3 Zostrojte Petriho sieť pre ktorú platí, že zadaný vektor je jej P-invariant!



(a) (b) (c) (d)

7 Syntéza Petriho sietí (process mining)

7.1 Pre zadané postupnosti spustení prechodov zostavte sústavu nerovníc, ktorá zabezpečí spustiteľnosť všetkých postupností!

Pokiaľ viacerým postupnostiam odpovedá rovnaká nerovnica je v tabuľke uvedená iba raz.

a	b	c
$m \geq a_c$	$m \geq a_c$	$m \geq d_c$
$m - a_c + a_p \geq b_c$	$m - a_c + a_p \geq b_c$	$m - d_c + d_p \geq d_c$
$m - a_c + a_p - b_c + b_p \geq c_c$	$m - a_c + a_p - b_c + b_p \geq d_c$	$m - d_c + d_p \geq a_c$
$m - a_c + a_p \geq c_c$	$m - a_c + a_p \geq c_c$	$m - d_c + d_p - a_c + a_p \geq b_c$
$m - a_c + a_p - c_c + c_p \geq b_c$	$m - a_c + a_p - c_c + c_p \geq d_c$	$m - d_c + d_p - a_c + a_p \geq c_c$
$m \geq c_c$	$m - a_c + a_p \geq d_c$	$m \geq a_c$
$m - c_c + c_p \geq a_c$	$m - a_c + a_p - d_c + d_p \geq b_c$	$m - a_c + a_p \geq d_c$
	$m - a_c + a_p - d_c + d_p \geq c_c$	$m - a_c + a_p \geq b_c$
	$m \geq d_c$	$m - a_c + a_p - b_c + b_p \geq d_c$
	$m - d_c + d_p \geq a_c$	$m - a_c + a_p \geq c_c$
		$m - a_c + a_p - c_c + c_p \geq d_c$
		$m - a_c + a_p - b_c + b_p \geq a_c$
		$m - a_c + a_p - b_c + b_p - a_c + a_p \geq b_c$
		$m - a_c + a_p - b_c + b_p - a_c + a_p \geq c_c$
		$m - a_c + a_p - c_c + c_p \geq a_c$
		$m - a_c + a_p - c_c + c_p - a_c + a_p \geq b_c$
		$m - a_c + a_p - c_c + c_p - a_c + a_p \geq c_c$
		$m - a_c + a_p \geq a_c$
		$m - a_c + a_p - a_c + a_p \geq b_c$
		$m - a_c + a_p - a_c + a_p \geq c_c$

7.2 Pre zadané postupnosti z úlohy 7.1 zostavte množinu zakázaných (nesprávnych) pokračovaní a nerovníc, ktoré zabránia ich spusteniu!

Zakázané pokračovania a rovnice, ktoré zabránia ich spusteniu sú uvedené v tabuľke. Pokiaľ viacerým zakázaným pokračovaniam odpovedá rovnaká nerovnica je v tabuľke uvedená iba raz. Tabuľky s riešeniami sú uvedené na nasledujúcich stranách.

7.3 Pomocou nerovníc z príkladov 7.1 a 7.2 zostavte sústavu nerovníc, z ktorej sa dá vypočítať počiatočné značkovanie jedného miesta v syntentizovanej sieti a váhy hrán, ktoré s ním incidujú! Vysvetlite ako ste túto sústavu zostavili!

Sústava sa zostavuje tak, že zoberieme všetky nerovnice zabezpečujúce spustenia postupností (nerovnice z poríkladu 7.1) a doplníme ich o jednu nerovnicu zabraňujúcu spusteniu nejakého zakázaného pokračovania (z príkladu 7.2). Príklad sústavy:

$m \geq a_c$
$m - a_c + a_p \geq b_c$
$m - a_c + a_p - b_c + b_p \geq c_c$
$m - a_c + a_p \geq c_c$
$m - a_c + a_p - c_c + c_p \geq b_c$
$m \geq c_c$
$m - c_c + c_p \geq a_c$
$m < b_c$

a		b	
b	$m < b_c$	b	$m < b_c$
aa	$m - a_c + a_p < a_c$	c	$m < c_c$
cb	$m - c_c + c_p < b_c$	aa	$m - a_c + a_p < a_c$
cc	$m - c_c + c_p < c_c$	db	$m - d_c + d_p < b_c$
aba	$m - a_c + a_p - b_c + b_p < a_c$	dc	$m - d_c + d_p < c_c$
abb	$m - a_c + a_p - b_c + b_p < b_c$	dd	$m - d_c + d_p < d_c$
aca caa	$m - a_c + a_p - c_c + c_p < a_c$	aba	$m - a_c + a_p - b_c + b_p < a_c$
acc cac	$m - a_c + a_p - c_c + c_p < c_c$	abb	$m - a_c + a_p - b_c + b_p < b_c$
abca acba caba	$m - a_c + a_p - b_c + b_p - c_c + c_p < a_c$	abc	$m - a_c + a_p - b_c + b_p < c_c$
abcb acbb cabb	$m - a_c + a_p - b_c + b_p - c_c + c_p < b_c$	aca	$m - a_c + a_p - c_c + c_p < a_c$
abcc acbc cabc	$m - a_c + a_p - b_c + b_p - c_c + c_p < c_c$	acb	$m - a_c + a_p - c_c + c_p < b_c$
		acc	$m - a_c + a_p - c_c + c_p < c_c$
		ada daa	$m - a_c + a_p - d_c + d_p < a_c$
		add dad	$m - a_c + a_p - d_c + d_p < d_c$
		abda adba daba	$m - a_c + a_p - b_c + b_p - d_c + d_p < a_c$
		abdb adbb dabb	$m - a_c + a_p - b_c + b_p - d_c + d_p < b_c$
		abdc adbc dabc	$m - a_c + a_p - b_c + b_p - d_c + d_p < c_c$
		abdd adbd dabd	$m - a_c + a_p - b_c + b_p - d_c + d_p < d_c$
		acda adca daca	$m - a_c + a_p - c_c + c_p - d_c + d_p < a_c$
		acdb adcb dacb	$m - a_c + a_p - c_c + c_p - d_c + d_p < b_c$
		acdc adcc dacc	$m - a_c + a_p - c_c + c_p - d_c + d_p < c_c$
		acdd adcd dacd	$m - a_c + a_p - c_c + c_p - d_c + d_p < d_c$

	c
b	$m < b_c$
c	$m < c_c$
db	$m - d_c + d_p < b_c$
dc	$m - d_c + d_p < c_c$
aaa	$m - a_c + a_p - a_c + a_p < a_c$
aad	$m - a_c + a_p - a_c + a_p < d_c$
abb	$m - a_c + a_p - b_c + b_p < b_c$
abc	$m - a_c + a_p - b_c + b_p < c_c$
acb	$m - a_c + a_p - c_c + c_p < b_c$
acc	$m - a_c + a_p - c_c + c_p < c_c$
ada daa	$m - a_c + a_p - d_c + d_p < a_c$
add dad	$m - a_c + a_p - d_c + d_p < d_c$
dda	$m - d_c + d_p - d_c + d_p < a_c$
ddb	$m - d_c + d_p - d_c + d_p < b_c$
ddc	$m - d_c + d_p - d_c + d_p < c_c$
ddd	$m - d_c + d_p - d_c + d_p < d_c$
aaba abaa	$m - a_c + a_p - a_c + a_p - b_c + b_p < a_c$
aabd abad	$m - a_c + a_p - a_c + a_p - b_c + b_p < d_c$
aaca acaa	$m - a_c + a_p - a_c + a_p - c_c + c_p < a_c$
aacd acad	$m - a_c + a_p - a_c + a_p - c_c + c_p < d_c$
abda adba daba	$m - a_c + a_p - b_c + b_p - d_c + d_p < a_c$
abdb adbb dabb	$m - a_c + a_p - b_c + b_p - d_c + d_p < b_c$
abdc adbc dabc	$m - a_c + a_p - b_c + b_p - d_c + d_p < c_c$
abdd adbd dabd	$m - a_c + a_p - b_c + b_p - d_c + d_p < d_c$
acda adca daca	$m - a_c + a_p - c_c + c_p - d_c + d_p < a_c$
acdb adcb dacb	$m - a_c + a_p - c_c + c_p - d_c + d_p < b_c$
acdc adcc dacc	$m - a_c + a_p - c_c + c_p - d_c + d_p < c_c$
acdd adcd dacd	$m - a_c + a_p - c_c + c_p - d_c + d_p < d_c$
aabba ababa	$m - a_c + a_p - a_c + a_p - b_c + b_p - b_c + b_p < a_c$
aabbb ababb	$m - a_c + a_p - a_c + a_p - b_c + b_p - b_c + b_p < b_c$
aabbc ababc	$m - a_c + a_p - a_c + a_p - b_c + b_p - b_c + b_p < c_c$
aabbd ababd	$m - a_c + a_p - a_c + a_p - b_c + b_p - b_c + b_p < d_c$
aabca aacba abaca acaba	$m - a_c + a_p - a_c + a_p - b_c + b_p - c_c + c_p < a_c$
aabcb aacbb abacb acabb	$m - a_c + a_p - a_c + a_p - b_c + b_p - c_c + c_p < b_c$
aabcc aacbc abacc acabc	$m - a_c + a_p - a_c + a_p - b_c + b_p - c_c + c_p < c_c$
aabcd aacbd abacd acabd	$m - a_c + a_p - a_c + a_p - b_c + b_p - c_c + c_p < d_c$
aacca acaca	$m - a_c + a_p - a_c + a_p - c_c + c_p - c_c + c_p < a_c$
aaccb acacb	$m - a_c + a_p - a_c + a_p - c_c + c_p - c_c + c_p < b_c$
aaccc acacc	$m - a_c + a_p - a_c + a_p - c_c + c_p - c_c + c_p < c_c$
aaccd acacd	$m - a_c + a_p - a_c + a_p - c_c + c_p - c_c + c_p < d_c$

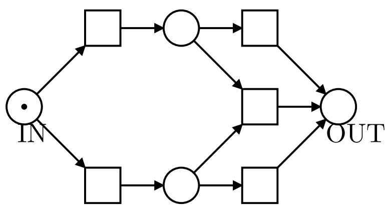
8 Workflow siete

8.1 Rozhodnite, či sú zadané siete workflow sieťami! Ak áno, označte vstupné a výstupné miesto. Ak nie zdôvodnite prečo!

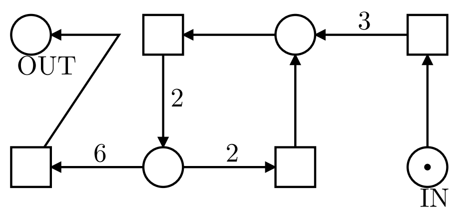
a Sieť nie je workflow sieťou, keďže v počiatočnom značkovaní môže byť označené iba vstupné miesto a označené miesto nemôže byť vstupným, keďže do neho vstupuje hrana.

d Sieť nie je workflow sieťou, keďže je neohraničená.

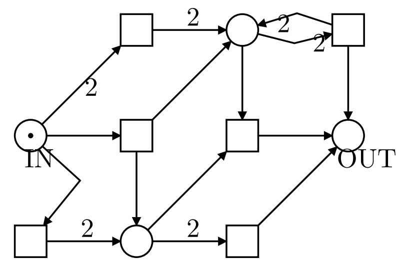
e Sieť nie je workflow sieťou, keďže neobsahuje žiadne miesta, ktoré by spĺňali definíciu vstupného a výstupného miesta.



(b)



(c)

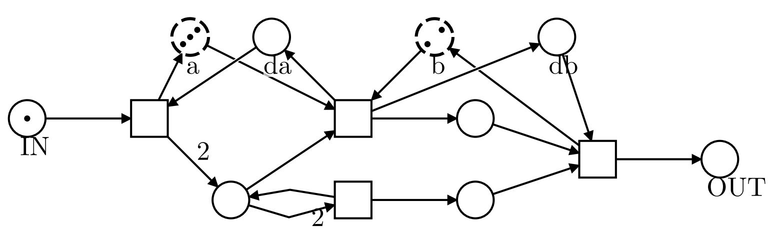


(f)

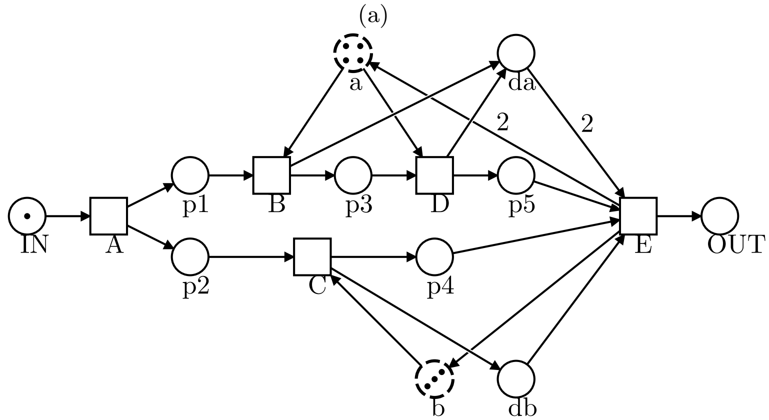
8.2 Doplňte do zadaných sietí určujúce miesta pre statické miesta, ako aj hrany s nimi incidujúce! Rozhodnite, či takto doplnené určené siete sú korektnými workflow sieťami!

Sieť a po doplnení určujúcich miest nie je korektnou workflow sieťou, keďže nie je dosiahnuteľné značkovanie v ktorom by bolo označené výstupné miesto.

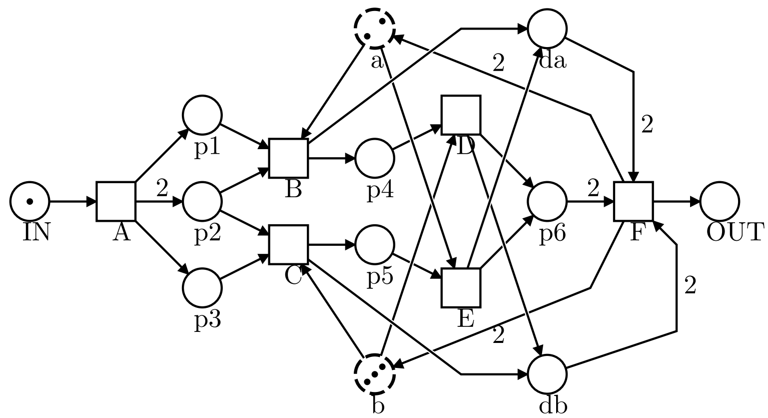
Ostatné siete sú aj po doplnení určujúcich miest korektnými workflow sieťami.



(a)



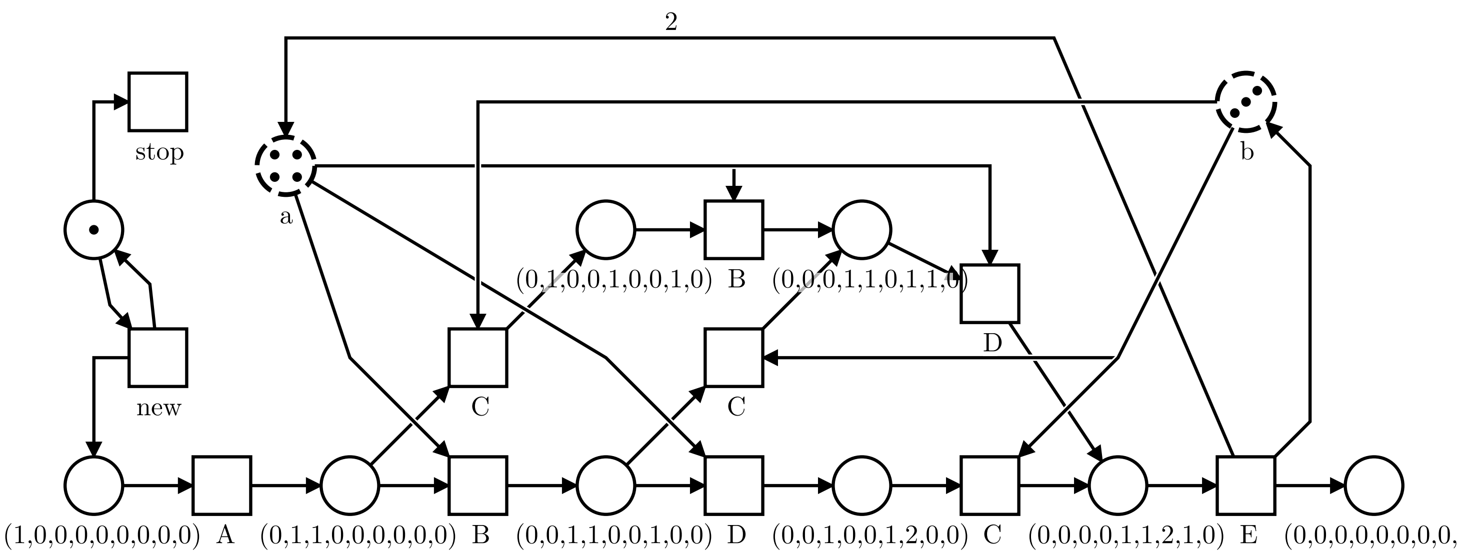
(b)



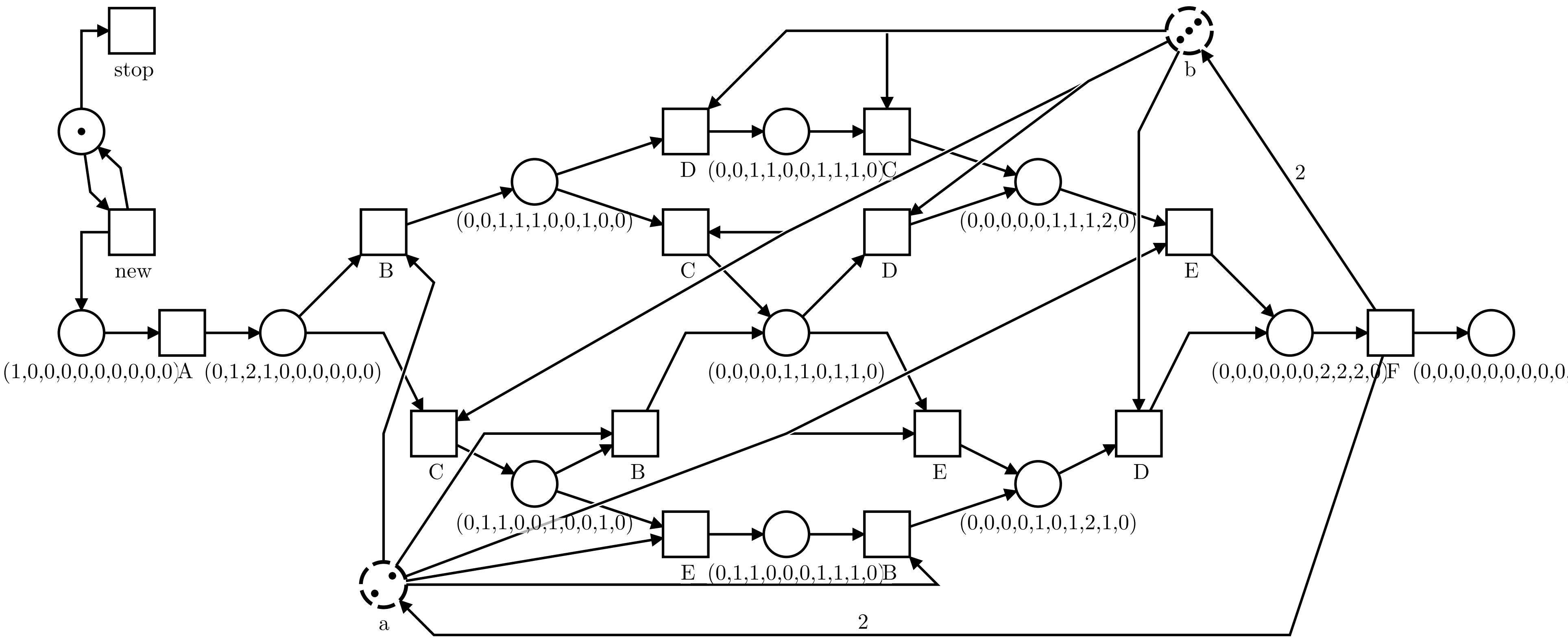
(c)

8.3 Pre určené siete, ktoré sú korektnými workflow sieťami, z úlohy 8.2 zostrojte sieť dosiahnuteľnosti!

Označenia miest a prechodov sú také, ako je uvedené na obrázkoch v riešeniach úlohy 8.2. Poradie prechodov v označení značkovaní je také, že prvý je prechod IN, nasledujú prechody siete $p_1 - p_n$, potom uvádzame určujúce miesta v abecednom poradí a na poslednom mieste je výstupné miesto OUT.



(a)



stop
b
D
(0,0,1,1,0,0,1,1,1,0)
C
2
(0,0,1,1,1,0,0,1,0,0)
(0,0,0,0,0,1,1,1,2,0)
new
B
C
D
E
(1,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
A
(0,1,2,1,0,0,0,0,0,0)
(0,0,0,0,1,1,0,1,1,0)
(0,0,0,0,0,0,2,2,2,0)
F
(0,0,0,0,0,0,0,0,0,1)
C
B
E
D
(0,1,1,0,0,1,0,0,1,0)
(0,0,0,0,1,0,1,2,1,0)
E
(0,1,1,0,0,0,1,1,1,0)
B
a
2

(b)