

# Cvičenie 6 - FIRST, FOLLOW, Zásobníkové automaty

Ing. Viliam Hromada, PhD.

C-510  
Ústav informatiky a matematiky  
FEI STU

`viliam.hromada@stuba.sk`

## FIRST príklad č. 1

Nech je daná redukovaná gramatika  $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$  a pravidlá  $P$ :

$$S \rightarrow ABC \mid aSb$$

$$A \rightarrow aAb \mid c \mid C$$

$$B \rightarrow BabB \mid AA$$

$$C \rightarrow \varepsilon \mid baCab$$

V tejto gramatike  $N_\varepsilon = \{S, A, B, C\}$ . Aká je množina  $FIRST(X)$  pre symboly gramatiky?



# Množina *FIRST* - príklad

*FIRST*( $X$ ):

<i>FIRST</i>	<i>S</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Terminály:					<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Pravidlá $A \rightarrow a\alpha$	<i>a</i>	<i>a, c</i>		<i>b</i>			
Neterminály $A \in N_\epsilon$	$\epsilon$	$\epsilon$	$\epsilon$	$\epsilon$			
1. iterácia:	<i>c, b</i>	<i>b</i>	<i>a, b, c</i>				
2. iterácia:							
Celkom:	<i>a, b, c, <math>\epsilon</math></i>	<i>a, b, c, <math>\epsilon</math></i>	<i>a, b, c, <math>\epsilon</math></i>	<i>b, <math>\epsilon</math></i>			



## FOLLOW príklad č. 1

Nech je daná redukovaná gramatika  $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$  a pravidlá  $P$ :

$$S \rightarrow ABC \mid aSb$$

$$A \rightarrow aAb \mid c \mid C$$

$$B \rightarrow BabB \mid AA$$

$$C \rightarrow \varepsilon \mid baCab$$

Už vieme, že:

$$FIRST(S) = \{\varepsilon, a, b, c\}$$

$$FIRST(A) = \{\varepsilon, a, b, c\}$$

$$FIRST(B) = \{\varepsilon, a, b, c\}$$

$$FIRST(C) = \{\varepsilon, b\}$$

Ako vyzerajú množiny *FOLLOW* pre neterminály gramatiky?



# Množina FOLLOW

(podčiarknutý je neterminál, na základe ktorého je pravidlo aktuálne vyšetrované a zelenou farbou časť za príslušným neterminálom, t.j. na prednáške označená ako  $\beta$ )

(červenou sú označené terminály, ktoré sa už v danej množine nachádzajú)

FOLLOW	S	A	B	C	Dôvod
Počiatkový neterminál	$\epsilon$				
1. iterácia:					
$S \rightarrow \underline{A}BC$		$a, b, c$			$a, b, c \in FIRST(BC)$
$S \rightarrow \underline{A}BC$		$\epsilon$			$\epsilon \in FIRST(BC)$ a teda $FOLLOW(S) \subseteq FOLLOW(A)$
$S \rightarrow \underline{A}BC$			$b$		$b \in FIRST(C)$
$S \rightarrow \underline{A}BC$			$\epsilon$		$\epsilon \in FIRST(C)$ a teda $FOLLOW(S) \subseteq FOLLOW(B)$
$S \rightarrow \underline{ABC}\epsilon$				$\epsilon$	$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(S) \subseteq FOLLOW(C)$
$S \rightarrow a\underline{S}b$	$b$				$FIRST(b) = \{b\}$
$A \rightarrow a\underline{A}b$		$b$			$FIRST(b) = \{b\}$
$A \rightarrow \underline{C}\epsilon$				$a, b, c, \epsilon$	$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(A) \subseteq FOLLOW(C)$
$B \rightarrow \underline{B}abB$			$a$		$FIRST(abB) = \{a\}$
$B \rightarrow \underline{B}abB\epsilon$			$a, b, \epsilon$		$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(B) \subseteq FOLLOW(B)$
$B \rightarrow \underline{A}A$		$a, b, c$			$a, b, c \in FIRST(A)$
$B \rightarrow \underline{A}A$		$a, b, \epsilon$			$\epsilon \in FIRST(A)$ a teda $FOLLOW(B) \subseteq FOLLOW(A)$
$B \rightarrow \underline{AA}\epsilon$		$a, b, \epsilon$			$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(B) \subseteq FOLLOW(A)$
$C \rightarrow ba\underline{C}ab$				$a$	$FIRST(ab) = \{a\}$

# Množina FOLLOW

(podčiarknutý je neterminál, na základe ktorého je pravidlo aktuálne vyšetrované a zelenou farbou časť za príslušným neterminálom)

(červenou sú označené terminály, ktoré sa už v danej množine nachádzajú)

FOLLOW	S	A	B	C	Dôvod
Po 1. iterácii	$\epsilon, b$	$a, b, c, \epsilon$	$a, b, \epsilon$	$a, b, c, \epsilon$	
2. iterácia:					
$S \rightarrow \underline{A}BC$ $S \rightarrow \underline{A}BC$		$a, b, c$ $\epsilon, b$			$a, b, c \in FIRST(BC)$ $\epsilon \in FIRST(BC)$ a teda $FOLLOW(S) \subseteq FOLLOW(A)$
$S \rightarrow \underline{A}BC$ $S \rightarrow \underline{A}BC$			$b$ $\epsilon, b$		$b \in FIRST(C)$ $\epsilon \in FIRST(C)$ a teda $FOLLOW(S) \subseteq FOLLOW(B)$
$S \rightarrow \underline{ABC}\epsilon$				$\epsilon, b$	$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(S) \subseteq FOLLOW(C)$
$S \rightarrow a\underline{S}b$	$b$				$FIRST(b) = \{b\}$
$A \rightarrow a\underline{A}b$		$b$			$FIRST(b) = \{b\}$
$A \rightarrow \underline{C}\epsilon$				$a, b, c, \epsilon$	$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(A) \subseteq FOLLOW(C)$
$B \rightarrow \underline{B}abB$			$a$		$FIRST(abB) = \{a\}$
$B \rightarrow \underline{B}abB\epsilon$			$a, b, \epsilon$		$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(B) \subseteq FOLLOW(B)$
$B \rightarrow \underline{A}A$ $B \rightarrow \underline{A}A$		$a, b, c$ $a, b, \epsilon$			$a, b, c \in FIRST(A)$ $\epsilon \in FIRST(A)$ a teda $FOLLOW(B) \subseteq FOLLOW(A)$
$B \rightarrow \underline{AA}\epsilon$		$a, b, \epsilon$			$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(B) \subseteq FOLLOW(A)$
$C \rightarrow ba\underline{C}ab$				$a$	$FIRST(ab) = \{a\}$



Vidíme, že v druhej iterácii už nedošlo k nájdeniu nových symbolov, teda algoritmus končí a výsledok:

$$FOLLOW(S) = \{\varepsilon, b\}$$

$$FOLLOW(A) = \{\varepsilon, a, b, c\}$$

$$FOLLOW(B) = \{\varepsilon, a, b\}$$

$$FOLLOW(C) = \{\varepsilon, a, b, c\}$$



## FIRST, FOLLOW příklad č. 2

### Príklad:

Gramatika  $G = (\{ \langle \text{program} \rangle, \langle \text{příkaz} \rangle, \langle \text{příkazy} \rangle \}, \{ \mathbf{begin}, \mathbf{end}, \mathbf{p}, ; \}, P, \langle \text{program} \rangle)$ , pravidlá  $P$ :

$\langle \text{program} \rangle \rightarrow \mathbf{begin} \langle \text{příkazy} \rangle \mathbf{end}$

$\langle \text{příkazy} \rangle \rightarrow \langle \text{příkaz} \rangle \langle \text{příkazy} \rangle$

$\langle \text{příkazy} \rangle \rightarrow \varepsilon$

$\langle \text{příkaz} \rangle \rightarrow \mathbf{p};$

$\langle \text{příkaz} \rangle \rightarrow \mathbf{begin} \langle \text{příkazy} \rangle \mathbf{end}$

Určte množiny *FIRST* a *FOLLOW* pre elementy gramatiky.





<i>FIRST</i>	<program>	<príkazy>	<príkaz>	<b>begin</b>	<b>end</b>	<b>p</b>	<b>;</b>
Terminály:				<b>begin</b>	<b>end</b>	<b>p</b>	<b>;</b>
Pravidlá $A \rightarrow a\alpha$ :	<b>begin</b>		<b>p, begin</b>				
$A \in N_\epsilon$		$\epsilon$					
1. iterácia		<b>p, begin</b>					
2. iterácia							
Celkom:	<b>begin</b>	<b>p, begin, <math>\epsilon</math></b>	<b>p, begin</b>	<b>begin</b>	<b>end</b>	<b>p</b>	<b>;</b>

<i>FOLLOW</i>	<program>	<príkazy>	<príkaz>
Začiatkový symbol	$\epsilon$		
1. iterácia <program> → <b>begin</b> <príkazy> <b>end</b>		<b>end</b>	
<príkazy> → <príkaz><príkazy>			<b>p, begin, end</b>
<príkazy> → <príkaz><príkazy>			
<príkaz> → <b>begin</b> <príkazy> <b>end</b>			
2. iterácia <program> → <b>begin</b> <príkazy> <b>end</b>			
<príkazy> → <príkaz><príkazy>			
<príkazy> → <príkaz><príkazy>			
<príkaz> → <b>begin</b> <príkazy> <b>end</b>			
<b>Celkom:</b>	$\epsilon$	<b>end</b>	<b>p, begin, end</b>

## FIRST, FOLLOW č. 3

Je daná redukovaná gramatika  $G = (N, T, P, S)$ . Zistite, ako vyzerá množina *FIRST* symbolov gramatiky, resp. *FOLLOW* neterminálov gramatiky. V gramatike  $N = \{S, A, B, C\}$ ,  $T = \{a, b, c\}$ ,  $S$  je počiatkový neterminál, pravidlá  $P$ :

- $S \rightarrow AbBB$
- $A \rightarrow CC \mid cSA$
- $B \rightarrow aCa \mid bb$
- $C \rightarrow \varepsilon \mid BC$



(červenou sú označené terminály, ktoré by mali byť pridané do príslušnej množiny *FIRST* na základe aktuálne vyšetrovaného pravidla, ale už sa v danej množine nachádzajú)

<i>FIRST</i>	<i>S</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Terminály:					<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Pravidlá $A \rightarrow a\alpha$ :		<i>c</i>	<i>a, b</i>				
$A \in N_\epsilon$		$\epsilon$		$\epsilon$			
1. iterácia							
$S \rightarrow AbBB$	<i>c, b</i>						
$A \rightarrow CC$		$\epsilon$					
$C \rightarrow BC$				<i>a, b</i>			

(červenou sú označené terminály, ktoré by mali byť pridané do príslušnej množiny *FIRST* na základe aktuálne vyšetřovaného pravidla, ale už sa v danej množine nachádzajú)

<i>FIRST</i>	<i>S</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Po 1. iterácii	<i>b, c</i>	<i>c, ε</i>	<i>a, b</i>	<i>a, b, ε</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
2. iterácia							
$S \rightarrow AbBB$	<i>c, b</i>						
$A \rightarrow CC$		<i>a, b, ε</i>					
$C \rightarrow BC$				<i>a, b</i>			

(červenou sú označené terminály, ktoré by mali byť pridané do príslušnej množiny *FIRST* na základe aktuálne vyšetřovaného pravidla, ale už sa v danej množine nachádzajú)

<i>FIRST</i>	<i>S</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Po 2. iterácii	<i>b, c</i>	<i>a, b, c, ε</i>	<i>a, b</i>	<i>a, b, ε</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
3. iterácia							
$S \rightarrow AbBB$	<i>a, c, b</i>						
$A \rightarrow CC$		<i>a, b, ε</i>					
$C \rightarrow BC$				<i>a, b</i>			

(červenou sú označené terminály, ktoré by mali byť pridané do príslušnej množiny *FIRST* na základe aktuálne vyšetřovaného pravidla, ale už sa v danej množine nachádzajú)

<i>FIRST</i>	<i>S</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Po 3. iterácii	<i>a, b, c</i>	<i>a, b, c, ε</i>	<i>a, b</i>	<i>a, b, ε</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
4. iterácia							
$S \rightarrow AbBB$	<i>a, c, b</i>						
$A \rightarrow CC$		<i>a, b, ε</i>					
$C \rightarrow BC$				<i>a, b</i>			

Vidíme, že v štvrtej iterácii sme nedostali žiaden nový symbol do žiadnej množiny *FIRST*, algoritmus teda končí.

Výsledné množiny *FIRST*:

1.  $FIRST(S) = \{a, b, c\}$
2.  $FIRST(A) = \{a, b, c, \varepsilon\}$
3.  $FIRST(B) = \{a, b\}$
4.  $FIRST(C) = \{a, b, \varepsilon\}$





# Množina FOLLOW

(podčiarknutý je neterminál, na základe ktorého je pravidlo aktuálne vyšetované a zelenou farbou časť za príslušným neterminálom)

(červenou sú označené terminály, ktoré by mali byť pridané do príslušnej množiny FOLLOW na základe aktuálne vyšetovaného pravidla, ale už sa v danej množine nachádzajú)

FOLLOW	S	A	B	C	Dôvod
Počiatkový neterminál	$\epsilon$				
1. iterácia:					
$S \rightarrow \underline{A}bBB$		$b$			$FIRST(bBB) = \{b\}$
$S \rightarrow Ab\underline{B}B$			$a, b$		$FIRST(B) = \{a, b\}$
$S \rightarrow AbBB\underline{\epsilon}$			$\epsilon$		$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(S) \subseteq FOLLOW(B)$
$A \rightarrow \underline{C}C$				$a, b$ $b$	$a, b \in FIRST(C)$ $\epsilon \in FIRST(C)$ a teda $FOLLOW(A) \subseteq FOLLOW(C)$
$A \rightarrow CC\underline{\epsilon}$				$b$	$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(A) \subseteq FOLLOW(C)$
$A \rightarrow c\underline{S}A$	$a, b, c$ $b$				$a, b, c \in FIRST(A)$ $\epsilon \in FIRST(A)$ a teda $FOLLOW(A) \subseteq FOLLOW(S)$
$A \rightarrow aS\underline{A}\epsilon$		$b$			$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(A) \subseteq FOLLOW(A)$
$B \rightarrow a\underline{C}a$			$a$		$FIRST(a) = \{a\}$
$C \rightarrow \underline{B}C$			$a, b$ $a, b$		$a, b \in FIRST(C)$ $\epsilon \in FIRST(C)$ a teda $FOLLOW(C) \subseteq FOLLOW(B)$
$C \rightarrow BC\underline{\epsilon}$				$a, b$	$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(C) \subseteq FOLLOW(C)$

# Množina FOLLOW

(podčiarknutý je neterminál, na základe ktorého je pravidlo aktuálne vyšetrované a zelenou farbou časť za príslušným neterminálom)

(červenou sú označené terminály, ktoré by mali byť pridané do príslušnej množiny FOLLOW na základe aktuálne vyšetrovaného pravidla, ale už sa v danej množine nachádzajú)

FOLLOW	S	A	B	C	Dôvod
Po 1. iterácii	$\epsilon, a, b, c$	$b$	$a, b, \epsilon$	$a, b$	
2. iterácia:					
$S \rightarrow \underline{A}bBB$		$b$			$FIRST(bBB) = \{b\}$
$S \rightarrow Ab\underline{B}B$			$a, b$		$FIRST(B) = \{a, b\}$
$S \rightarrow AbBB\underline{\epsilon}$			$c, \epsilon, a, b$		$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(S) \subseteq FOLLOW(B)$
$A \rightarrow \underline{C}C$				$a, b$ $b$	$a, b \in FIRST(C)$ $\epsilon \in FIRST(C)$ a teda $FOLLOW(A) \subseteq FOLLOW(C)$
$A \rightarrow CC\underline{\epsilon}$				$b$	$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(A) \subseteq FOLLOW(C)$
$A \rightarrow c\underline{S}A$	$a, b, c$ $b$				$a, b, c \in FIRST(A)$ $\epsilon \in FIRST(A)$ a teda $FOLLOW(A) \subseteq FOLLOW(S)$
$A \rightarrow aS\underline{A}\epsilon$		$b$			$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(A) \subseteq FOLLOW(A)$
$B \rightarrow a\underline{C}a$			$a$		$FIRST(a) = \{a\}$
$C \rightarrow \underline{B}C$			$a, b$ $a, b$		$a, b \in FIRST(C)$ $\epsilon \in FIRST(C)$ a teda $FOLLOW(C) \subseteq FOLLOW(B)$
$C \rightarrow BC\underline{\epsilon}$				$a, b$	$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(C) \subseteq FOLLOW(C)$

# Množina FOLLOW

(podčiarknutý je neterminál, na základe ktorého je pravidlo aktuálne vyšetované a zelenou farbou časť za príslušným neterminálom)

(červenou sú označené terminály, ktoré by mali byť pridané do príslušnej množiny FOLLOW na základe aktuálne vyšetovaného pravidla, ale už sa v danej množine nachádzajú)

FOLLOW	S	A	B	C	Dôvod
Po 2. iterácii	$\epsilon, a, b, c$	$b$	$a, b, c, \epsilon$	$a, b$	
3. iterácia:					
$S \rightarrow \underline{A}bBB$		$b$			$FIRST(bBB) = \{b\}$
$S \rightarrow Ab\underline{B}B$			$a, b$		$FIRST(B) = \{a, b\}$
$S \rightarrow AbBB\underline{\epsilon}$			$\epsilon, a, b, c$		$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(S) \subseteq FOLLOW(B)$
$A \rightarrow \underline{C}C$				$a, b$ $b$	$a, b \in FIRST(C)$ $\epsilon \in FIRST(C)$ a teda $FOLLOW(A) \subseteq FOLLOW(C)$
$A \rightarrow CC\underline{\epsilon}$				$b$	$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(A) \subseteq FOLLOW(C)$
$A \rightarrow c\underline{S}A$	$a, b, c$ $b$				$a, b, c \in FIRST(A)$ $\epsilon \in FIRST(A)$ a teda $FOLLOW(A) \subseteq FOLLOW(S)$
$A \rightarrow aS\underline{A}\epsilon$		$b$			$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(A) \subseteq FOLLOW(A)$
$B \rightarrow a\underline{C}a$			$a$		$FIRST(a) = \{a\}$
$C \rightarrow \underline{B}C$			$a, b$ $a, b$		$a, b \in FIRST(C)$ $\epsilon \in FIRST(C)$ a teda $FOLLOW(C) \subseteq FOLLOW(B)$
$C \rightarrow BC\underline{\epsilon}$				$a, b$	$FIRST(\epsilon) = \{\epsilon\}$ a teda $FOLLOW(C) \subseteq FOLLOW(C)$

Vidíme, že v tretej iterácii sme nedostali žiaden nový symbol do žiadnej množiny FOLLOW, algoritmus teda končí.



Výsledné množiny *FOLLOW*:

1.  $FOLLOW(S) = \{\varepsilon, a, b, c\}$
2.  $FOLLOW(A) = \{b\}$
3.  $FOLLOW(B) = \{\varepsilon, a, b, c\}$
4.  $FOLLOW(C) = \{a, b\}$

