

ADŠ 2020/2021: Cvičenie 11  
*Príhody doktora Vojšiča*  
*Epizóda siedma: A New Tree*

Doktor Vojšič od minulého týždňa nezaháľal a usilovne študoval binárne stromy. Dočítal sa, že pre počet rôznych binárnych stromov s  $n$  uzlami (tento počet označíme ako  $b_n$ ) platí rekurencia

$$b_n = \sum_{k=0}^{n-1} b_k b_{n-1-k},$$

kde  $b_0 = 1$ . Viete mu poradiť, prečo táto rekurencia platí? (určite to hravo zvládnete, preto bez bodov)

A keďže doktor Vojšič je veľmi kreatívny, prichádza s novou stromovou štruktúrou - Vojšičov strom. Je to taký binárny strom, v ktorom každý ľavý podstrom obsahuje najviac 3 uzly. Rád by o ňom publikoval prácu v *Journal of Pointless Trees*, ale potreboval by do článku dať seriózný matematický výsledok o počte rôznych Vojšičových stromov s  $n$  uzlami. Označme tento počet ako  $v_n$ . Nájdite rekurenciu pre  $v_n$ . Vypočítajte hodnoty  $v_n$  pre  $n = 1, 2, \dots, 10$  a porovnajte ich s hodnotami  $b_n$ . Okrem nehynúcej slávy môžete získať aj 3 body.