

***Príhody doktora Vojšiča***  
***Epizóda ôsma: Vojšič Strikes Back***

Každý seriál sa, žiaľ, musí raz skončiť a tak je to aj s Príhodami doktora Vojšiča. Aby bolo ukončenie seriálu pre jeho fanúšikov menej bolestivé, tvorcovia sa často rozhodnú ukončiť seriál happyendom. Tak to je aj v našom prípade.

Možno si pamätáte, že v tretej epizóde náš hrdina prezentoval v časopise Journal of Dubious Theorems nasledovné tvrdenie:

***Vojšičova veta:***

Predpokladajme, že pri vyhľadávaní kľúča  $k$  v BST skončíme v liste stromu. Tým nám v BST vznikne cesta so začiatkom v koreni stromu a koncom v spomínanom liste. Táto cesta nám rozdelí množinu kľúčov v BST do troch podmnožín:

- podmnožina A obsahuje kľúče naľavo od cesty
- podmnožina B obsahuje kľúče, ktoré ležia na ceste
- podmnožina C obsahuje kľúče napravo od cesty

Nech  $a$  je kľúč z množiny A,  $b$  je kľúč z množiny B a  $c$  je kľúč z množiny C.

Potom platí:

$$a \leq b \leq c .$$

Vy ste ale poľahky odhalili, že toto tvrdenie nie je pravdivé. Usilovnou prácou v posledných týždňoch si ale doktor Vojšič vycibril svoje matematické myslenie a prichádza s nasledovnou vetou:

***Vojšičova veta reloaded:***

Predpokladajme, že pri vyhľadávaní kľúča  $k$  v BST skončíme v liste stromu. Tým nám v BST vznikne cesta so začiatkom v koreni stromu a koncom v spomínanom liste. Táto cesta nám rozdelí množinu kľúčov v BST do troch podmnožín:

- podmnožina A obsahuje kľúče naľavo od cesty
- podmnožina B obsahuje kľúče, ktoré ležia na ceste
- podmnožina C obsahuje kľúče napravo od cesty

Nech  $a$  je kľúč z množiny A a  $c$  je kľúč z množiny C.

Potom platí:

$$a < c .$$

Prezradíme vám, že táto veta je konečne pravdivá! Vašou úlohou je ju dokázať. Na cvičení je vás približne 20, cvičenie trvá 100 minút, preto na získanie 3 bodov budete musieť do 5 minút odprezentovať váš dôkaz tak, aby ste cvičiaceho presvedčili, že veta platí. Ak sa vám to do 5 minút nepodarí, body nezískate. Dôkaz môžete mať predpripravený.