

Úlohy na derivačné stromy, jednoznačnosti gramatík, redukcie gramatík:

1. Nájdite v danej gramatike pre dané slová odvodenie a nakreslite príslušný derivačný strom. Nájdite ľavé a pravé odvodenie. Sú dané gramatiky jednoznačné?

- Gramatika č. 1:

$$S \rightarrow abS \mid AB$$

$$A \rightarrow a \mid aA \mid aBa$$

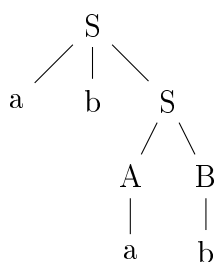
$$B \rightarrow b \mid bS$$

slová: $abab, aabab$

Riešenie:

Derivácia $abab$ č. 1:

$$S \Rightarrow abS \Rightarrow abAB \Rightarrow abaB \Rightarrow abab$$



Ľavá derivácia na základe vyššie uvedenej derivácie:

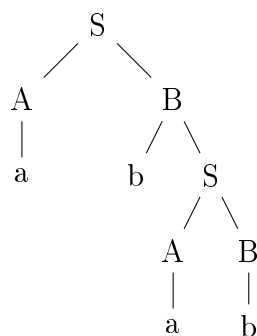
$$S \Rightarrow_l abS \Rightarrow_l abAB \Rightarrow abaB \Rightarrow abab$$

Pravá derivácia na základe vyššie uvedenej derivácie:

$$S \Rightarrow_r abS \Rightarrow_r abAB \Rightarrow_r abAb \Rightarrow_r abab$$

Derivácia $abab$ č. 2:

$$S \Rightarrow AB \Rightarrow aB \Rightarrow abS \Rightarrow abAB \Rightarrow abaB \Rightarrow abab$$



Ľavá derivácia na základe vyššie uvedenej derivácie:

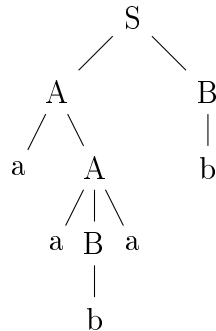
$$S \Rightarrow_l AB \Rightarrow_l aB \Rightarrow_l abS \Rightarrow_l abAB \Rightarrow_l abaB \Rightarrow_l abab$$

Pravá derivácia na základe vyššie uvedenej derivácie:

$$S \Rightarrow_r AB \Rightarrow_r AbS \Rightarrow_r AbAB \Rightarrow_r AbAb \Rightarrow_r Abab \Rightarrow_r abab$$

Derivácia *aabab* č. 1:

$$S \Rightarrow AB \Rightarrow aAB \Rightarrow aaBaB \Rightarrow aabaB \Rightarrow aabab$$



Ľavá derivácia na základe vyššie uvedenej derivácie:

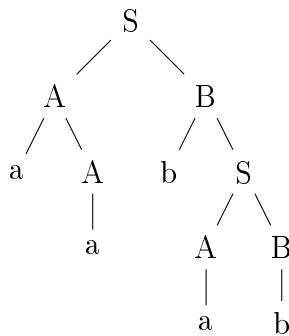
$$S \Rightarrow_l AB \Rightarrow_l aAB \Rightarrow_l aaBaB \Rightarrow_l aabaB \Rightarrow_l aabab$$

Pravá derivácia na základe vyššie uvedenej derivácie:

$$S \Rightarrow_r AB \Rightarrow_r Ab \Rightarrow_r aAb \Rightarrow_r aaBab \Rightarrow_r aabab$$

Derivácia *aabab* č. 2:

$$S \Rightarrow AB \Rightarrow aAB \Rightarrow aaB \Rightarrow aabS \Rightarrow aabAB \Rightarrow aabaB \Rightarrow aabab$$



Ľavá derivácia na základe vyššie uvedenej derivácie:

$$S \Rightarrow_l AB \Rightarrow_l aAB \Rightarrow_l aaB \Rightarrow_l aabS \Rightarrow_l aabAB \Rightarrow_l aabaB \Rightarrow_l aabab$$

Pravá derivácia na základe vyššie uvedenej derivácie:

$$S \Rightarrow_r AB \Rightarrow_r AbS \Rightarrow_r AbAB \Rightarrow_r AbAb \Rightarrow_r Abab \Rightarrow_r aAbab \Rightarrow_r aabab$$

Vidíme, že v gramatike existujú slová, ako napríklad *aabab* alebo *abab* ktoré majú **minimálne 2 rôzne derivačné stromy**. Daná gramatika je teda **nejednoznačná**.

- Gramatika č. 2:
 $S \rightarrow AaB \mid BbA$
 $A \rightarrow bAa \mid \varepsilon$
 $B \rightarrow b \mid S$
slovo: *baabb*

Riešenie:

Derivácia *baabb* č. 1:

$$S \Rightarrow AaB \Rightarrow bAaaB \Rightarrow baaB \Rightarrow baaS \Rightarrow baaBbA \Rightarrow baabbA \Rightarrow baabb$$

Derivácia č. 1 napísaná ako ľavá derivácia:

$$S \Rightarrow_l AaB \Rightarrow_l bAaaB \Rightarrow_l baaB \Rightarrow_l baaS \Rightarrow_l baaBbA \Rightarrow_l baabbA \Rightarrow_l baabb$$

Derivácia č. 1 napísaná ako pravá derivácia:

$$S \Rightarrow_r AaB \Rightarrow_r AaS \Rightarrow_r AaBbA \Rightarrow_r AaBb \Rightarrow_r Aabb \Rightarrow_r bAaabb \Rightarrow_r baabb$$

Derivácia *baabb* č. 2:

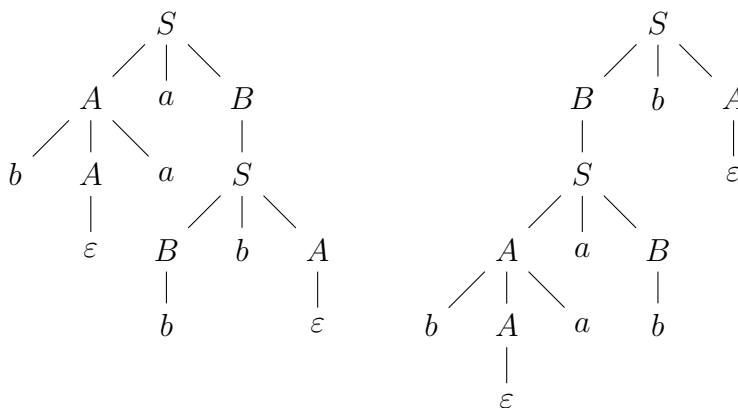
$$S \Rightarrow BbA \Rightarrow Bb \Rightarrow Sb \Rightarrow AaBb \Rightarrow bAaaBb \Rightarrow baaBb \Rightarrow baabb$$

Derivácia č. 2 napísaná ako ľavá derivácia:

$$S \Rightarrow_l BbA \Rightarrow_l SbA \Rightarrow_l AaBbA \Rightarrow_l bAaaBbA \Rightarrow_l baaBbA \Rightarrow_l baabbA \Rightarrow_l baabb$$

Derivácia č. 2 napísaná ako pravá derivácia:

$$S \Rightarrow_r BbA \Rightarrow_r Bb \Rightarrow_r Sb \Rightarrow_r AaBb \Rightarrow_r Aabb \Rightarrow_r bAaabb \Rightarrow_r baabb$$



Gramatika je **nejednoznačná**, keďže napríklad reťazec *baabb* má aspoň 2 rôzne derivačné stromy.

- Gramatika č. 3:

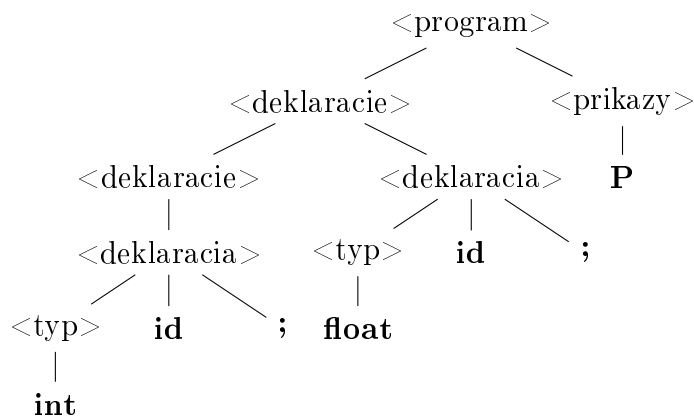
$\langle \text{program} \rangle \rightarrow \langle \text{deklarácie} \rangle \langle \text{príkazy} \rangle$
 $\langle \text{deklarácie} \rangle \rightarrow \langle \text{deklarácia} \rangle$
 $\langle \text{deklarácie} \rangle \rightarrow \langle \text{deklarácie} \rangle \langle \text{deklarácia} \rangle$
 $\langle \text{deklarácia} \rangle \rightarrow \langle \text{typ} \rangle \text{ id ;}$
 $\langle \text{typ} \rangle \rightarrow \text{int}$
 $\langle \text{typ} \rangle \rightarrow \text{float}$
 $\langle \text{príkazy} \rangle \rightarrow \mathbf{P}$
 slovo: **int id ; float id ; P**

Riešenie:

Ľavá a pravá derivácia reťazca:

$\langle \text{program} \rangle \Rightarrow_l \langle \text{deklarácie} \rangle \langle \text{príkazy} \rangle \Rightarrow_l \langle \text{deklarácie} \rangle \langle \text{deklarácia} \rangle \langle \text{príkazy} \rangle \Rightarrow_l$
 $\Rightarrow_l \langle \text{deklarácia} \rangle \langle \text{deklarácia} \rangle \langle \text{príkazy} \rangle \Rightarrow_l$
 $\Rightarrow_l \langle \text{typ} \rangle \text{ id ; } \langle \text{deklarácia} \rangle \langle \text{príkazy} \rangle \Rightarrow_l \text{ int id ; } \langle \text{deklarácia} \rangle \langle \text{príkazy} \rangle \Rightarrow_l$
 $\Rightarrow_l \text{ int id ; } \langle \text{typ} \rangle \text{ id ; } \langle \text{príkazy} \rangle \Rightarrow_l \text{ int id ; float id ; } \langle \text{príkazy} \rangle \Rightarrow_l$
 $\Rightarrow_l \text{ int id ; float id ; P}$
 $\langle \text{program} \rangle \Rightarrow_r \langle \text{deklarácie} \rangle \langle \text{príkazy} \rangle \Rightarrow_r \langle \text{deklarácie} \rangle \mathbf{P} \Rightarrow_r$
 $\Rightarrow_r \langle \text{deklarácie} \rangle \langle \text{deklarácia} \rangle \mathbf{P} \Rightarrow_r \langle \text{deklarácie} \rangle \langle \text{typ} \rangle \text{ id ; P} \Rightarrow_r$
 $\Rightarrow_r \langle \text{deklarácie} \rangle \text{ float id ; P} \Rightarrow_r \langle \text{deklarácia} \rangle \text{ float id ; P} \Rightarrow_r$
 $\Rightarrow_r \langle \text{typ} \rangle \text{ id ; float id ; P} \Rightarrow_r \text{ int id ; float id ; P}$

Derivačný strom reťazca:



Táto gramatika je **jednoznačná**. Ako to dokázať bude zrejme, keď preberieme syntaktické analyzáto - k tejto gramatike je totižto možné zostrojiť napr. $LR(0)$ -syntaktický analyzátor, teda deterministický algoritmus, ktorý vie rozhodnúť, či má/nemá daný reťazec v gramatike deriváciu - v takom prípade vieme s istotou povedať, že gramatika je jednoznačná.

2. Nájdite redukované gramatiky ku gramatikám (vo všetkých gramatikách sú veľkými písmenami označené neterminály, malými písmenami označené terminály, počiatočný neterminál je vždy S):

$$S \rightarrow aA \mid aS \mid A \mid abB$$

$$A \rightarrow \varepsilon \mid bA \mid S$$

$$B \rightarrow bB$$

Riešenie:

Množina $N_T = \{A, S\}$. Po odstránení neterminálov, ktoré nepatria do N_T , t.j. B , dostávame:

$$S \rightarrow aA \mid aS \mid A$$

$$A \rightarrow \varepsilon \mid bA \mid S$$

Množina $V_D = \{S, a, A, b\}$. Po odstránení symbolov, ktoré nepatria do V_D (teda žiadnych, lebo tam patria všetky) dostávame redukovanú gramatiku:

$$S \rightarrow aA \mid aS \mid A$$

$$A \rightarrow \varepsilon \mid bA \mid S$$

$$S \rightarrow aAC \mid bB \mid BB$$

$$A \rightarrow aAb$$

$$B \rightarrow \varepsilon \mid aBb \mid SB$$

$$C \rightarrow CC \mid b \mid c$$

Riešenie:

Množina $N_T = \{B, C, S\}$. Po odstránení neterminálov, ktoré nepatria do N_T , t.j. A , dostávame:

$$S \rightarrow bB \mid BB$$

$$B \rightarrow \varepsilon \mid aBb \mid SB$$

$$C \rightarrow CC \mid b \mid c$$

Množina $V_D = \{S, b, B, a\}$. Po odstránení symbolov, ktoré nepatria do V_D , teda C a c , dostávame redukovanú gramatiku:

$$S \rightarrow bB \mid BB$$

$$B \rightarrow \varepsilon \mid aBb \mid SB$$

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow ABCA \\
A &\rightarrow AB \mid \varepsilon \\
B &\rightarrow AC \mid a \\
C &\rightarrow BA \mid b \mid \varepsilon
\end{aligned}$$

Riešenie:

Množina $N_T = \{A, B, C, S\}$. Po odstránení neterminálov, ktoré nepatria do N_T (neodstránime žiadne, lebo tam patria všetky) dostávame:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow ABCA \\
A &\rightarrow AB \mid \varepsilon \\
B &\rightarrow AC \mid a \\
C &\rightarrow BA \mid b \mid \varepsilon
\end{aligned}$$

Množina $V_D = \{S, A, B, C, a, b\}$. Po odstránení symbolov, ktoré nepatria do V_D , (neodstránime žiadne, lebo tam patria všetky), dostávame redukovanú gramatiku, ktorá je rovnaká ako pôvodná, t.j. už zadaná gramatika bola redukovaná:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow ABCA \\
A &\rightarrow AB \mid \varepsilon \\
B &\rightarrow AC \mid a \\
C &\rightarrow BA \mid b \mid \varepsilon
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow \varepsilon \mid A \\
A &\rightarrow B \mid aAb \\
B &\rightarrow cA \mid bSAb \mid AS \\
C &\rightarrow SS \mid AB
\end{aligned}$$

Riešenie:

Množina $N_T = \{S, C\}$. Po odstránení neterminálov, ktoré nepatria do N_T , teda A, B dostávame:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow \varepsilon \\
C &\rightarrow SS
\end{aligned}$$

Množina $V_D = \{S\}$. Po odstránení symbolov, ktoré nepatria do V_D , teda neterminálu C , dostávame redukovanú gramatiku:

$$S \rightarrow \varepsilon$$

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow BaB$$

$$B \rightarrow Ab \mid aSb$$

$$C \rightarrow ab$$

Riešenie:

Množina $N_T = \{C\}$. Po odstránení neterminálov, ktoré nepatria do N_T , teda S, A, B dostávame:

$$C \rightarrow ab$$

Avšak nastal problém - odstránili sme aj **počiatočný neterminál!** V takom prípade nemá zmysel pokračovať, pretože gramatika nemôže existovať bez počiatočného neterminálu! Pôvodná gramatika teda negeneruje žiadne reťazce a nemá zmysel uvažovať jej redukciu.