

# Cvičenie 2 - Konečné automaty

Ing. Viliam Hromada, PhD.

C-510  
Ústav informatiky a matematiky  
FEI STU

`viliam.hromada@stuba.sk`

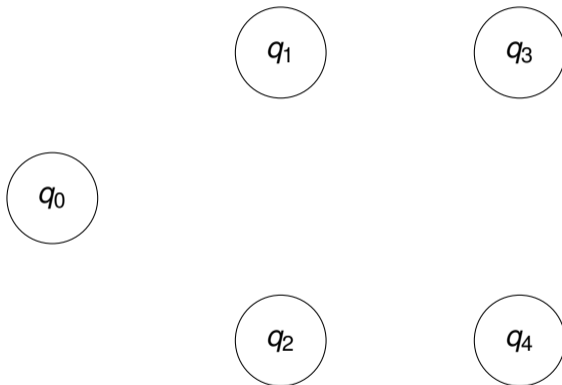
## Príklad č. 1

Pre DKA  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_3, q_4\})$  nakreslite jeho grafickú reprezentáciu, simulujte výpočet slov  $\varepsilon, a, b, ab, ba$  a pokúste sa určiť, aký jazyk akceptuje. Prechodová funkcia  $\delta$ :

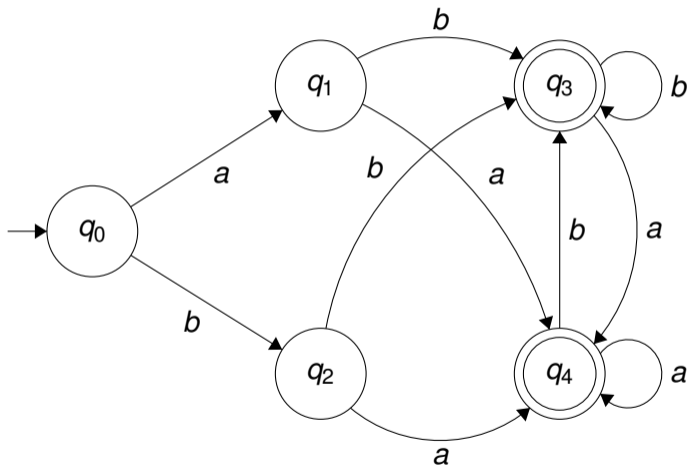
$\delta$	$a$	$b$
$q_0$	$q_1$	$q_2$
$q_1$	$q_4$	$q_3$
$q_2$	$q_4$	$q_3$
$q_3$	$q_4$	$q_3$
$q_4$	$q_4$	$q_3$



## Príklad č. 1 - grafická reprezentácia



## Príklad č. 1 - grafická reprezentácia



## Príklad č. 1 - výpočty automatu pre slová

- $\varepsilon : (q_0, \varepsilon). q_0 \notin F, \text{ t.j. } \varepsilon \notin L(M). \times$
- $a : (q_0, a) \vdash (q_1, \varepsilon). q_1 \notin F, \text{ t.j. } a \notin L(M). \times$
- $b : (q_0, b) \vdash (q_2, \varepsilon). q_2 \notin F, \text{ t.j. } b \notin L(M). \times$
- $ab : (q_0, ab) \vdash (q_1, b) \vdash (q_3, \varepsilon). q_3 \in F, \text{ t.j. } ab \in L(M). \checkmark$
- $ba : (q_0, ba) \vdash (q_2, a) \vdash (q_4, \varepsilon). q_4 \in F, \text{ t.j. } ba \in L(M). \checkmark$

Vidíme, že po ľubovoľných 2 symboloch sa automat dostane do jedného zo stavov  $q_3, q_4$ . Následne sa pre ľubovoľný reťazec pohybuje len v týchto stavoch a keďže oba sú akceptačné, akceptuje teda ľubovoľné slová nad abecedou  $\{a, b\}$ , ktoré sú dĺžky aspoň 2, t.j.  $L(M) = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, |w| \geq 2\}$



## Príklad č. 2

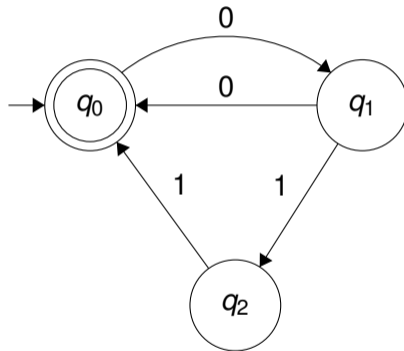
Je daný DKA  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ .  $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $q_0$  je počiatkový stav, akceptačné stavy  $F = \{q_0\}$ , prechodová funkcia  $\delta$  je daná prechodovou tabuľkou:

$\delta$	0	1
$q_0$	$q_1$	
$q_1$	$q_0$	$q_2$
$q_2$		$q_0$

Uved'te výpočet reťazcov:  $\varepsilon$ , 000, 011, 010, 101 a pokúste sa určiť, aký jazyk automat akceptuje.



## Príklad č. 2 - grafická reprezentácia



## Príklad č. 2 - výpočty

- $(q_0, \varepsilon)$ . Automat teda po prečítaní celého vstupného  $\varepsilon$  skončil v akceptačnom stave  $q_0$ ,  $q_0 \in F$ , a teda  $\varepsilon \in F$ .
- $(q_0, 000) \vdash (q_1, 00) \vdash (q_0, 0) \vdash (q_1, \varepsilon)$ .  $q_1 \notin F \Rightarrow 000 \notin L(M)$ , teda 000 automat neakceptuje.
- $(q_0, 011) \vdash (q_1, 11) \vdash (q_2, 1) \vdash (q_0, \varepsilon)$ .  $q_0 \in F \Rightarrow 011 \in L(M)$ , teda 011 automat akceptuje.
- $(q_0, 010) \vdash (q_1, 10) \vdash (q_2, 0) \vdash ???$ . Automat nedokáže prečítať celý vstup 010, teda neexistuje výpočet, ktorý by skončil v akceptačnej konfigurácii:  $(q_0, 010) \vdash^* (q_0, \varepsilon)$ . Preto reťazec  $010 \notin L(M)$  a teda automat ho neakceptuje.
- $(q_0, 101) \vdash ???$ . Automat nedokáže prečítať celý vstup 101, teda neexistuje výpočet, ktorý by skončil v akceptačnej konfigurácii:  $(q_0, 101) \vdash^* (q_0, \varepsilon)$ . Preto reťazec  $101 \notin L(M)$  a teda automat ho neakceptuje, **napriek tomu, že sa zasekol v akceptačnom stave  $q_0$ .**





## Príklad č. 2 - výpočty

- Z pohľadu na automat je zrejmé, že konečný automat akceptuje také reťazce, po ktorých prečítaní sa zo stavu  $q_0$  vráti do stavu  $q_0$ .
- Podreťazce týchto reťazcov teda musia pozostávať z 00 alebo 011, pretože pre tieto reťazce vie DKA prejsť zo stavu  $q_0$  späť do stavu  $q_0$ .
- Čiže jazyk automatu by sme vedeli popísať nasledovne:  $L(M) = \{00, 011\}^*$ , teda ako iteráciu (\*) množiny  $\{00, 011\}$ , čiže reťazce pozostávajúce z častí 00 a 011.



## Príklad č. 3

Vidíme, že DKA z úlohy 2 je neúplný - existujú kombinácie (stav, vstupný symbol), ktoré nie sú definované, konkrétne:

- $\delta(q_0, 1)$
- $\delta(q_2, 0)$

Doplňte DKA z úlohy č. 2 na **úplný DKA**.

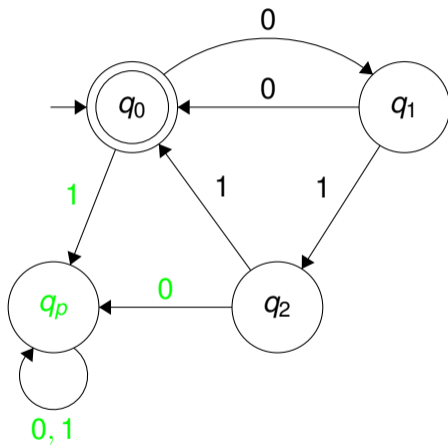


Pre doplnenie DKA na úplný stačí pridať nový **neakceptačný** stav - **pascu**  $q_p$  a doplniť prechody pre všetky nedefinované kombinácie (stav, vstupný symbol) tak, aby viedli do nového stavu  $q_p$ , t.j.

$\delta$	0	1
$q_0$	$q_1$	$q_p$
$q_1$	$q_0$	$q_2$
$q_2$	$q_p$	$q_0$
$q_p$	$q_p$	$q_p$

V tomto novom automate je nová množina stavov  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_p\}$ . Počiatočný stav aj akceptačné stavy zostali rovnaké.

Graficky:



## Príklad č. 3 - výpočty

Doplnenie DKA na úplný má za následok, že každý výpočet teraz skončí prečítaním celého vstupu:

- $(q_0, \varepsilon)$ .  $q_0 \in F$ , a teda  $\varepsilon \in L(M)$ , čiže automat akceptuje prázdny reťazec.
- $(q_0, 000) \vdash (q_1, 00) \vdash (q_0, 0) \vdash (q_1, \varepsilon)$ .  $q_1 \notin F \Rightarrow 000 \notin L(M)$ , teda 000 automat neakceptuje.
- $(q_0, 011) \vdash (q_1, 11) \vdash (q_2, 1) \vdash (q_0, \varepsilon)$ .  $q_0 \in F \Rightarrow 011 \in L(M)$ , teda 011 automat akceptuje.
- $(q_0, 010) \vdash (q_1, 10) \vdash (q_2, 0) \vdash (q_p, \varepsilon)$ .  $q_p \notin F$ , teda  $010 \notin L(M)$ .
- $(q_0, 101) \vdash (q_p, 01) \vdash (q_p, 1) \vdash (q_p, \varepsilon)$ .  $q_p \notin F$ , teda  $101 \notin L(M)$ .



## Príklady na DKA

Nájdite DKA, ktorý akceptuje jazyk:

- $L_1 = \{char, float, int\}$  nad abecedou  $A = \{a, b, c, d, \dots, z\}$ .
- $L_2 = \{xaby \mid x \in \{a, b\}^*, y \in \{a, b\}^*\}$  nad abecedou  $A = \{a, b\}$ .
- $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \equiv 0 \pmod{3}\}$  nad abecedou  $A = \{a, b\}$ .
- $L_4 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ je binárny rozvoj nezáporného čísla deliteľného } 3\}$  nad abecedou  $A = \{0, 1\}$ .



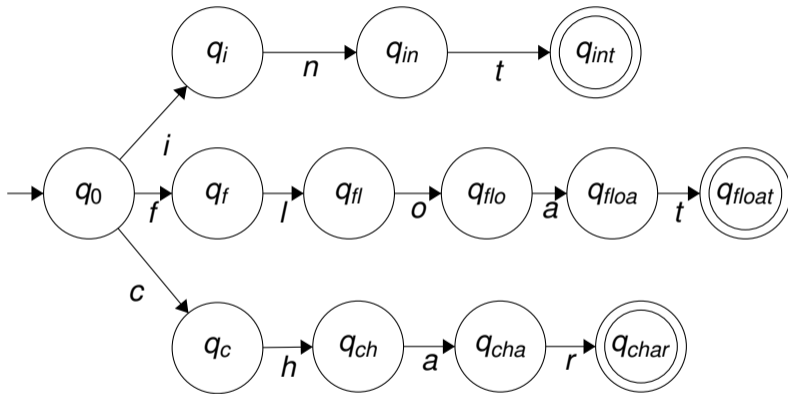
## Jazyk $L_1$

Musíme zostrojiť DKA, ktorý bude akceptovať len 3 reťazce nad abecedou malých písmen anglickej abecedy:

- *char*
- *float*
- *int*

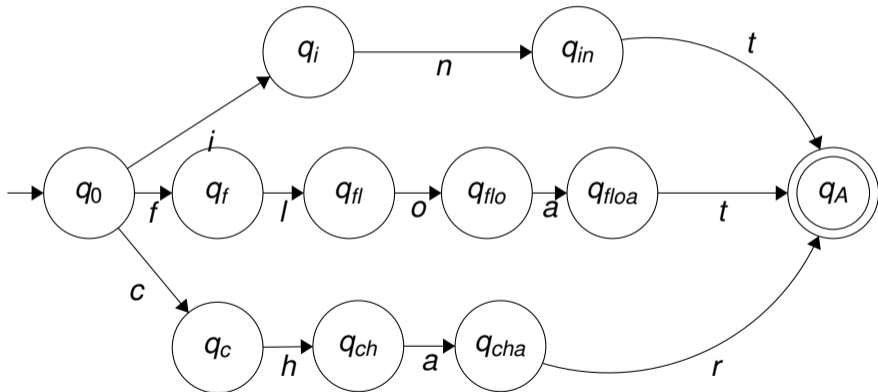
Stačí činnosť DKA rozdeliť na 3 "časti" - každá bude pracovať na akceptácii jedného z reťazcov.







Uvedený DKA je neúplný - ale to neprekáža, pretože jazyk uvedeného DKA je práve  $L(M) = \{int, float, char\} = L_1$ . Rovnako dobrý by bol aj DKA, v ktorom by sme zlúčili akceptačné stavy do 1 akceptačného stavu  $q_A$ :



## Jazyk $L_2$

Musíme zostrojiť DKA, ktorý bude akceptovať také reťazce nad abecedou  $A = \{a, b\}$ , ktoré ako podreťazec obsahujú  $ab$ , t.j. napr:

- **ab**
- **aab, bab, aba, abb**
- **aaba, aabb, baba, babb, aaab, abab, baab, bbab, abaa, abab, abba, abbb**
- a tak ďalej...

Činnosť DKA musí teda do akceptačného stavu dovoliť výpočtu prejsť **len vtedy**, ak bude na vstupe detegovaná postupnosť  $ab$  ako súčasť vstupného reťazca.



# Návrh

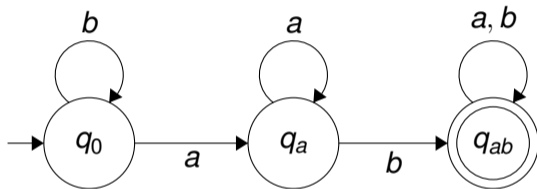
- DKA navrhujeme tak, aby prešiel do akceptačného stavu **v momente**, keď bude prečítaná časť vstupu zodpovedajúca **práve**  $ab$ .
- Na začiatku sme v stave  $q_0$ . Ak je práve čítaný symbol  $b$ , tak vieme, že sme sa neposunuli bližšie k akceptácii, pretože pred týmto  $b$  určite nebolo čítané  $a$ . Preto zostaneme v stave  $q_0$ .
- Ak ale v stave  $q_0$  čítame  $a$ , tak sa posunieme do stavu  $q_a$ , ktorý znamená, že **posledný čítaný symbol** bolo  $a$ .



# Návrh

- V stave  $q_a$  sú 2 možnosti:
  1. Ak je ďalší čítaný symbol  $a$ , tak po jeho prečítaní zostávame v stave  $q_a$ , pretože v tomto stave sme, ak bol **posledný čítaný  $a$** .
  2. Ak je ďalší čítaný symbol  $b$ , tak po jeho prečítaní prejdeme do stavu  $q_{ab}$ , pretože sme práve zistili, že **posledné dva čítané symboly** tvoria reťazec  $ab$ , teda čo, **čo hľadáme**.
- Stav  $q_{ab}$  je teda **akceptačný** a zároveň sú v ňom slučky pre symboly  $a, b$  pretože už máme istotu, že sme mali na vstupe reťazec, ktorý obsahuje  $a, b$  a teraz ho už len potrebujeme dočítať do konca s akceptáciou.





Uvedený automat vieme formálne popísať nasledovne: DKA  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ,  
kde:

- $Q = \{q_0, q_a, q_{ab}\}$ .
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $q_0$  je počiatkový stav
- $F = \{q_{ab}\}$
- Prechodová funkcia  $\delta$  je daná:
  1.  $\delta(q_0, a) = q_a$
  2.  $\delta(q_0, b) = q_0$
  3.  $\delta(q_a, a) = q_a$
  4.  $\delta(q_a, b) = q_{ab}$
  5.  $\delta(q_{ab}, a) = q_{ab}$
  6.  $\delta(q_{ab}, b) = q_{ab}$



## Jazyk $L_3$

Musíme zostrojiť DKA, ktorý bude akceptovať také reťazce nad abecedou  $A = \{a, b\}$ , v ktorých je počet symbolov  $a$  deliteľný 3, napr.

- $\epsilon, b, bb, bbb, \dots$
- $aaa, aaab, aaba, abaa, baaa, baaab, \dots$
- $aaaaaa, aaabaaa, abababababab, \dots$

DKA teda bude sledovať počas svojej činnosti, ako sa mení hodnota zvyšku po delení trojkou pre doteraz prečítaný počet symbolov  $a$ . Keďže po delení 3 prichádzajú do úvahy 3 rôzne zvyšky, DKA bude mať 3 rôzne stavy.



## Jazyk $L_3$

Musíme zostrojiť DKA, ktorý bude akceptovať také reťazce nad abecedou  $A = \{a, b\}$ , v ktorých je počet symbolov  $a$  deliteľný 3, napr.

- $\varepsilon, b, bb, bbb, \dots$
- $aaa, aaab, aaba, abaa, baaa, baaab, \dots$
- $aaaaaa, aaabaaa, abababababab, \dots$



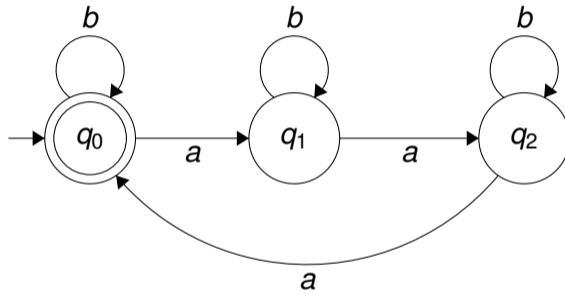


## Analýza

DKA teda bude sledovať počas svojej činnosti, ako sa mení hodnota zvyšku po delení trojkou pre doteraz prečítaný počet symbolov  $a$ . Keďže po delení 3 prichádzajú do úvahy 3 rôzne zvyšky, DKA bude mať 3 rôzne stavy:

- $q_0$  - v tomto stave sa DKA nachádza, ak bol doteraz prečítaný počet  $a$  deliteľný 3
- $q_1$  - v tomto stave sa DKA nachádza, ak doteraz prečítaný počet  $a$  dáva po delení 3 zvyšok 1
- $q_2$  - v tomto stave sa DKA nachádza, ak doteraz prečítaný počet  $a$  dáva po delení 3 zvyšok 2
- Je zřejmé, že na zmenu stavu vplýva len čítanie symbolu  $a$ , t.j.  
 $\delta(q_0, a) = q_1, \delta(q_1, a) = q_2, \delta(q_2, a) = q_0$ , avšak nie čítanie symbolu  $b$ , t.j.  
 $\delta(q_0, b) = q_0, \delta(q_1, b) = q_1, \delta(q_2, b) = q_2$ .





Uvedený automat vieme formálne popísať nasledovne: DKA  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ,  
kde:

- $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ .
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $q_0$  je počiatkový stav
- $F = \{q_0\}$
- Prechodová funkcia  $\delta$  je daná:
  1.  $\delta(q_0, a) = q_1$
  2.  $\delta(q_0, b) = q_0$
  3.  $\delta(q_1, a) = q_2$
  4.  $\delta(q_1, b) = q_1$
  5.  $\delta(q_2, a) = q_0$
  6.  $\delta(q_2, b) = q_2$



## Jazyky $L_4$

Do jazyka  $L_4$  patria textové reťazce predstavujúce binárny rozvoj nezáporného čísla deliteľného 3, t.j. napr.

- 0, 11, 110, 1001, 1100, 1111, 10010, ...

Pretože predstavujú čísla 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, ... Rovnako tam však môžu patriť aj reťazce:

- 000, 011, 00110, 01001, ...

t.j. reťazce predstavujúce binárny rozvoj s **bezvýznamnými nulami zľava** nezáporného čísla deliteľného 3.



# Analýza

Keďže vstup predstavuje binárny rozvoj a čítame ho zľava-doprava, budeme musieť mať po každom prečítanom symbole zachytenú informáciu, aký je zvyšok po delení 3 aktuálne prečítaného binárneho reťazca. Keďže po delení 3 existujú 3 zvyšky: 0, 1, 2, určite potrebujeme 3 stavy:

1.  $q_0$
2.  $q_1$
3.  $q_2$

Na začiatku nemáme prečítaný žiaden symbol, teda nemáme definovaný žiaden zvyšok po delení 3. Preto počiatočný stav bude nejaký ďalší stav, označme si ho napr.  $q_\epsilon$ .



## Aktuálny stav je $q_\epsilon$

Po prečítaní prvého symbolu - 0 alebo 1 - nastanú 2 situácie:

1. Po prečítaní 0, t.j.  $\delta(q_\epsilon, 0) = q_0$ , pretože 0 predstavuje dekadické číslo 0, ktoré má po delení 3 zvyšok 0
2. Po prečítaní 1, t.j.  $\delta(q_\epsilon, 1) = q_1$ , pretože 1 predstavuje dekadické číslo 1, ktoré má po delení 3 zvyšok 1



# Analýza

Ak vieme, že sme doteraz prečítali binárny reťazec  $w$  predstavujúci číslo  $n$ , napr.  $w = 1101$  predstavuje  $n = 13$ , tak potom podľa matematiky platí, že ak za  $w$  prečítame ďalšiu binárnu číslicu, tak tento rozvoj predstavuje:

- $w0$  predstavuje binárny rozvoj čísla  $2n$ , teda napr.  $w = 11010$  predstavuje  $n = 26$
- $w1$  predstavuje binárny rozvoj čísla  $2n + 1$ , teda napr.  $w = 11011$  predstavuje  $n = 27$ .

Túto vlastnosť zohľadníme pri konštrukcii DKA.



## Aktuálny stav je $q_0$

Ak aktuálny stav je  $q_0$ , doteraz prečítaný binárny vstup predstavuje číslo  $n$  deliteľné 3, teda  $n = 3k, k \in \mathbb{N}$ . Potom:

1. Po prečítaní 0 je aj číslo  $2n$  deliteľné 3, teda  $\delta(q_0, 0) = q_0$ , pretože  $2(3k) = 3(2k)$ .
2. Po prečítaní 1 má číslo  $2n + 1$  po delení 3 zvyšok 1, teda  $\delta(q_0, 1) = q_1$ , pretože  $2(3k) + 1 = 3(2k) + 1$ .

Tento stav je zároveň **akceptačný** pretože ak v ňom skončíme s čítaním vstupu, zároveň predstavuje práve požadovanú situáciu, že na vstupe bol reťazec predstavujúci číslo deliteľné tromi.





## Aktuálny stav je $q_1$

Ak aktuálny stav je  $q_1$ , doteraz prečítaný binárny vstup predstavuje číslo  $n$ , ktoré má po delení 3 zvyšok 1, teda  $n = 3k + 1$ . Potom:

1. Po prečítaní 0 sa zvyšok po delení 3 zmení na 2, teda  $\delta(q_1, 0) = q_2$ , pretože  $2(3k + 1) = 6k + 2 = 3(2k) + 2$ .
2. Po prečítaní 1 má číslo  $2n + 1$  po delení 3 zvyšok 0, teda  $\delta(q_1, 1) = q_0$ , pretože  $2(3k + 1) + 1 = 6k + 2 + 1 = 6k + 3 = 3(2k + 1)$ .



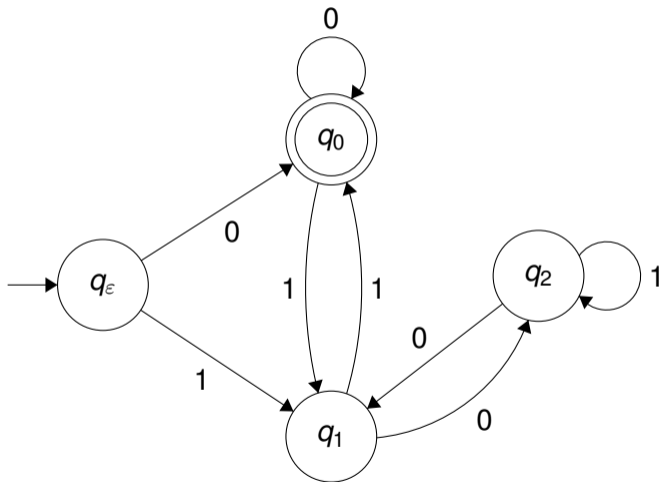
## Aktuálny stav je $q_2$

Ak aktuálny stav je  $q_2$ , doteraz prečítaný binárny vstup predstavuje číslo  $n$ , ktoré má po delení 3 zvyšok 2, teda  $n = 3k + 2$ . Potom:

1. Po prečítaní 0 sa zvyšok po delení 3 zmení na 1, teda  $\delta(q_2, 0) = q_1$ , pretože  $2(3k + 2) = 6k + 4 = 6k + 3 + 1 = 3(2k + 1) + 1$ .
2. Po prečítaní 1 má číslo  $2n + 1$  po delení 3 zvyšok 2, teda  $\delta(q_2, 1) = q_2$ , pretože  $2(3k + 2) + 1 = 6k + 4 + 1 = 6k + 5 = 6k + 3 + 2 = 3(2k + 1) + 2$ .



# Výsledok



Uvedený automat vieme formálne popísať nasledovne: DKA  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_\varepsilon, F)$ ,  
kde:

- $Q = \{q_\varepsilon, q_0, q_1, q_2\}$ .
- $\Sigma = \{0, 1\}$
- $q_\varepsilon$  je počiatkový stav
- $F = \{q_0\}$
- Prechodová funkcia  $\delta$  je daná:
  1.  $\delta(q_\varepsilon, 0) = q_0$
  2.  $\delta(q_\varepsilon, 1) = q_1$
  3.  $\delta(q_0, 0) = q_0$
  4.  $\delta(q_0, 1) = q_1$
  5.  $\delta(q_1, 0) = q_2$
  6.  $\delta(q_1, 1) = q_0$
  7.  $\delta(q_2, 0) = q_1$
  8.  $\delta(q_2, 1) = q_2$

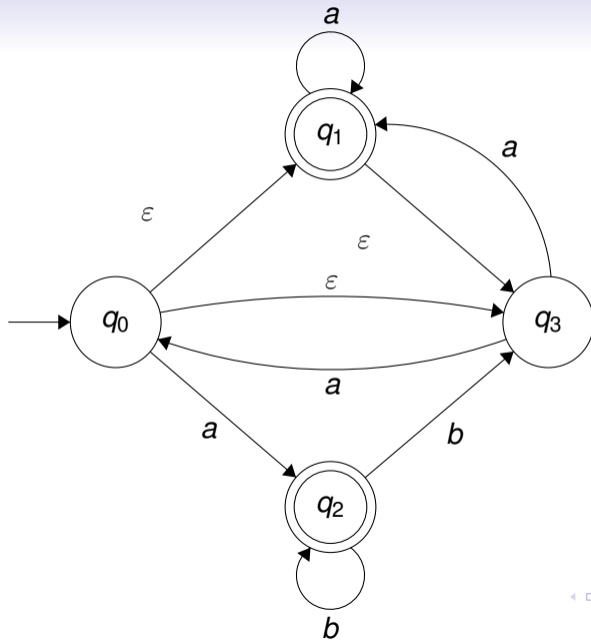


## NKA - Príklad č. 1

Je daný nedeterministický konečný automat  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ , kde  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $q_0$  je počiatkový stav,  $F = \{q_1, q_2\}$  a prechodová funkcia:

$\delta$	$a$	$b$	$\varepsilon$
$q_0$	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_1, q_3\}$
$q_1$	$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
$q_2$	$\emptyset$	$\{q_2, q_3\}$	$\emptyset$
$q_3$	$\{q_0, q_1\}$	$\emptyset$	$\emptyset$

Zistite, či uvedený NKA akceptuje reťazce:  $\varepsilon$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $aba$ .



## Výpočet pre $\varepsilon$

Akceptačný výpočet pre  $\varepsilon$ :

1.  $\delta(q_0, \varepsilon) \vdash (q_1, \varepsilon)$ .  $q_1 \in F$ , teda  $M$  akceptuje  $\varepsilon$  a platí  $\varepsilon \in L(M)$ .



## Výpočet pre $a$

Akceptačný výpočet pre  $a$ :

1.  $\delta(q_0, a) \vdash (q_2, \varepsilon)$ .  $q_2 \in F$ , teda  $M$  akceptuje  $a$  a platí  $a \in L(M)$ .

Reťazec  $a$  má aj iné akceptačné výpočty, napr.

1.  $\delta(q_0, a) \vdash (q_1, a) \vdash (q_1, \varepsilon)$ .  $q_1 \in F$ , teda  $M$  akceptuje  $a$  a platí  $a \in L(M)$ .
2.  $\delta(q_0, a) \vdash (q_1, a) \vdash (q_3, a) \vdash (q_1, \varepsilon)$ .  $q_1 \in F$ , teda  $M$  akceptuje  $a$  a platí  $a \in L(M)$ .

Pre akceptáciu reťazca stačí však, aby **existoval aspoň 1 akceptačný výpočet**.





## Výpočet pre $b$

Aby, sme zistili, či NKA akceptuje  $b$ , hľadáme aspoň 1 akceptačný výpočet...

1.  $\delta(q_0, b) \vdash (q_1, b) \vdash (q_3, b)$ . Automat nemá možnosť ďalšieho prechodu zo stavu  $q_3$ , ani na symbol  $b$ , ani bez čítania vstupu cez  $\varepsilon$ . Preto tento výpočet nie je akceptačný.
2.  $\delta(q_0, b) \vdash (q_3, b)$ . Tá istá situácia...

Vidíme, že **neexistuje výpočet**, ktorý by dokázal prečítať reťazec  $b$  a skončiť v niektorom z akceptačných stavov. Preto uvedený NKA reťazec  $b$  **neakceptuje**.



## Výpočet pre $aba$

Aby, sme zistili, či NKA akceptuje  $aba$ , hľadáme aspoň 1 akceptačný výpočet...

1.  $\delta(q_0, aba) \vdash (q_2, ba) \vdash (q_3, a) \vdash (q_1, \varepsilon)$ .  $q_1 \in F$  a teda  $aba \in L(M)$ .

Alternatívne:

2.  $\delta(q_0, aba) \vdash (q_2, ba) \vdash (q_3, a) \vdash (q_0, \varepsilon) \vdash (q_1, \varepsilon)$ .  $q_1 \in F$  a teda  $aba \in L(M)$ .

Existujú aj výpočty pre reťazec  $aba$ , ktoré nie sú akceptačné, vid' nižšie. Čo však nič nemení na tom, že reťazec  $aba$  je akceptovaný, pretože existuje aspoň 1 akceptačný výpočet, vid' vyššie.

1.  $\delta(q_0, aba) \vdash (q_2, ba) \vdash (q_2, a)$ .



## Príklady na NKA

Nájdite NKA, ktorý akceptuje jazyk:

- $L_5 = \{awb \mid w \in \{a, b\}^*\}$  nad abecedou  $A = \{a, b\}$ .
- $L_6 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{tretí symbol } w \text{ od konca je } 0\}$  nad abecedou  $A = \{0, 1\}$
- $L_7 = \{aw \mid w \in \{a, b\}^* \wedge |w| \equiv 0 \pmod{2}\} \cup \{aw \mid w \in \{a, b\}^* \wedge |w| \leq 3\}$  nad abecedou  $A = \{a, b\}$



## Jazyk $L_5$

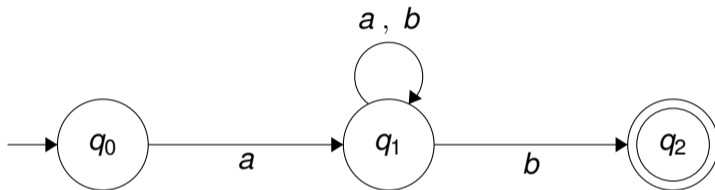
Jazyk  $L_5$  obsahuje reťazce z písmen  $a, b$ , ktoré začínajú symbolom  $a$ , končia symbolom  $b$  a medzi nimi sa nachádza ľubovoľný reťazec zložený z písmen  $a, b$ . Keďže pri NKA môžeme využiť to, že môžu byť definované prechody z toho istého stavu na ten istý symbol do rôznych stavov, využijeme to pri konštrukcii.



- Na začiatku predpokladáme, že je na vstupe symbol  $a$ , ktorým musí začínať vstupný reťazec, aby sme ho mohli akceptovať. Tým sa presunieme zo stavu  $q_0$  do nejakého ďalšieho stavu, napr.  $q_1$ ,  $\delta(q_0, a) = \{q_1\}$ .
- V stave  $q_1$  sú 2 možnosti:
  1. Predpokladáme, že aktuálne čítaný symbol je súčasťou podreťazca  $w$ . V takom prípade zostávame v stave  $q_1$ . Týmto symbolom môže byť alebo  $a$ , alebo  $b$ .
  2. Ak je aktuálne čítaným symbolom  $b$ , môže ísť o posledný symbol reťazca - v takom prípade prejdeme do ďalšieho stavu  $q_2$ , ktorý je akceptačný, pretože sme prečítali reťazec, ktorý začínal  $a$  (vďaka tomu sme prešli do  $q_1$ ) a končil  $b$ .
- Preto  $\delta(q_1, a) = \{q_1\}$ ,  $\delta(q_1, b) = \{q_1, q_2\}$ .
- Zo stavu  $q_2$  nevychádzajú žiadne prechody, lebo predpokladáme, že sme doň prešli posledným symbolom vstupu.



Dostávame teda NKA:



v ktorom  $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $q_0$  je počiatkový stav a  $F = \{q_2\}$ .  
Prechodová funkcia je daná obrázkom.

Je zrejmé, že  $L(M) = L$ , pretože:

- Ak automat akceptuje nejaký reťazec  $x$ , tak musí mať tú vlastnosť, že začína  $a$  a končí  $b$ . V opačnom prípade by neexistoval výpočet  $(q_0, w) \vdash^* (q_2, \varepsilon)$ . Teda  $L(M) \subseteq L$ .
- Ak vezmeme nejaký reťazec  $x = awb$  z jazyka  $L$  a dáme ho na vstup automatu, tak existuje taký výpočet, že  $(q_0, awb) \vdash (q_1, wb) \vdash^{|w|} (q_1, b) \vdash (q_2, \varepsilon)$ . Teda určite aj  $L \subseteq L(M)$ .
- A teda  $L = L(M)$



## Jazyk $L_6$

Jazyk  $L_6$  obsahuje reťazce zo symbolov 0, 1, ktorých tretí symbol od konca je 0.  
Teda napríklad:

1. 000, 001, 010, 011
2. 0000, 0001, 0010, 0011, 1000, 1001, 1010, 1011
3. ...

Teda ide o jazyk, ktorý sa dá popísať aj v štýle:

$L_6 = \{w0\{00, 01, 10, 11\} \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ , teda ako zreťazenie:

1. ľubovoľného reťazca z núl a jednotiek  $w$
2. nuly
3. ľubovoľného reťazca z množiny  $\{00, 01, 10, 11\}$





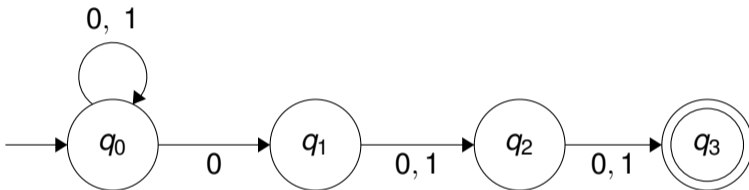
NKA zostrojíme teda podľa štruktúry reťazcov z jazyka:

- V počiatočnom stave  $q_0$  máme 2 možnosti:
  1. Predpokladáme, že aktuálne čítaný symbol je súčasťou podreťazca  $w$ . V takom prípade zostávame v stave  $q_0$ . Týmto symbolom môže byť alebo 0, alebo 1.
  2. Ak je aktuálne čítaným symbolom 0, môže ísť práve o tú nulu, ktorá je tretím symbolom od konca - v takom prípade prejdeme do ďalšieho stavu  $q_1$ .
- Teda:  $\delta(q_0, 0) = \{q_0, q_1\}$ ,  $\delta(q_0, 1) = \{q_0\}$ .
- Ak sa nachádzame v stave  $q_1$ , tak predpokladáme, že sme práve prečítali tú nulu, ktorá je tretia od konca. Teraz už teda očakávame na vstupe ľubovoľnú postupnosť 2 symbolov z núl a jednotiek - preto prejdeme čítaním 0 alebo 1 do ďalšieho stavu  $q_2$ ,  $\delta(q_1, 0) = \delta(q_1, 1) = \{q_2\}$ .



- Ak sme v stave  $q_2$ , tak očakávame, že na vstupe je už len 1 symbol, 0 alebo 1. Preto jeho prečítaním prejdeme do akceptačného stavu  $q_3$ , v ktorom už nebudú definované ďalšie prechody.
- $\delta(q_2, 0) = \delta(q_2, 1) = \{q_3\}$ .

## Výsledok



v ktorom  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $q_0$  je počiatočný stav a  $F = \{q_3\}$ .  
Prechodová funkcia je daná obrázkom.

## Jazyk $L_7$

Jazyk  $L_7$  obsahuje reťazce z písmen  $a, b$  ktoré:

1. alebo začínajú  $a$ -čkom, za ktorým je reťazec  $w$  párnej dĺžky, napr.:  
 $a, aaa, aab, aba, abb, aaaaa, aaaab, aaaba, aaabb, aabaa, \dots, abbaabbaa, \dots$
2. alebo začínajú  $a$ -čkom, za ktorým je reťazec  $w$  dĺžky maximálne 3, napr.:  
 $a, aa, ab, aaa, aab, aba, abb, aaaa, aaab, \dots, abbb.$

Počas svojej činnosti teda NKA bude sledovať, či vstupný reťazec spĺňa niektorú z 2 uvedených vlastností.

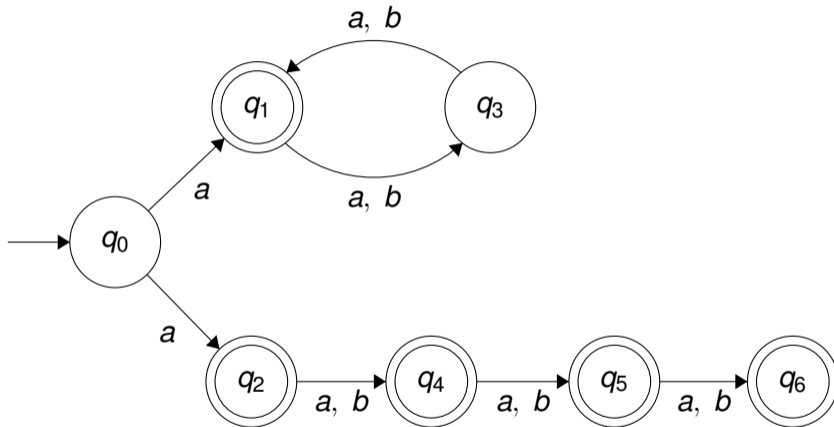


Keďže jazyk sa dá popísať ako zjednotenie dvoch iných jazykov, môžeme to využiť pri návrhu NKA a navrhne ho tak, že sa nedeterministicky rozhodne, či reťazec spĺňa prvú alebo druhú vlastnosť. Keďže obe "vlastnosti" začínajú tým, že prvý symbol reťazca je  $a$ , tak zo stavu  $q_0$  bude definovaný prechod do 2 rôznych stavov  $q_1$  a  $q_2$ :

- $\delta(q_0, a) = \{q_1, q_2\}$
- Zo stavu  $q_1$  bude NKA zostrojený tak, že očakáva, že na vstupe je reťazec patriaci do množiny  $\{aw \mid w \in \{a, b\}^* \wedge |w| \equiv 0 \pmod{2}\}$
- Zo stavu  $q_2$  bude NKA zostrojený tak, že očakáva, že na vstupe je reťazec patriaci do množiny  $\{aw \mid w \in \{a, b\}^* \wedge |w| \leq 3\}$



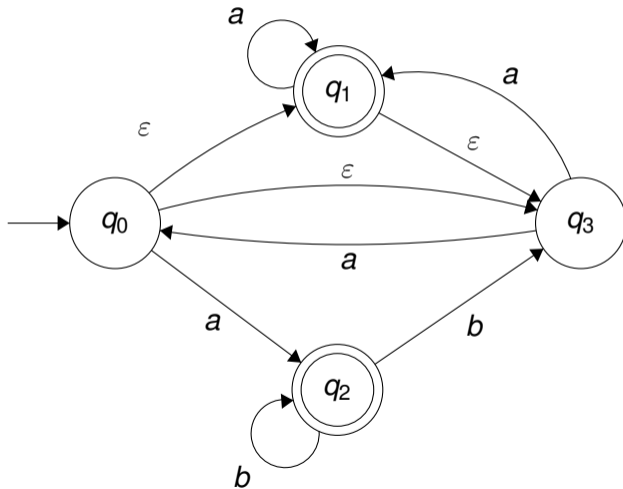
## Výsledok



V tomto NKA:  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $q_0$  je počiatkový stav,  $F = \{q_1, q_2, q_4, q_5, q_6\}$ .

# Konverzia NKA -> DKA č. 1

Zostrojte DKA ekvivalentný k zadanému NKA:



Počiatočný stav DKA bude  $CLOSURE_{\varepsilon}(q_0)$ . Výpočet:

1.  $CLOSURE_{\varepsilon}(q_0) = \{q_0,$
2.  $CLOSURE_{\varepsilon}(q_0) = \{q_0, q_1, q_3$
3.  $CLOSURE_{\varepsilon}(q_0) = \{q_0, q_1, q_3\}$

Teda v DKA bude počiatočný stav pomenovaný:  $\{q_0, q_1, q_3\}$ . Preto je potrebné vyšetriť prechody z tohto stavu na symboly  $a$  a  $b$ :

$\delta$	$a$	$b$
$\{q_0, q_1, q_3\}$		



Na vyšetrenie toho, kam pôjde DKA zo stavu  $\{q_0, q_1, q_3\}$ , teda:  $\delta(\{q_0, q_1, q_3\})$  je potrebné najprv vyšetriť, do akých všetkých stavov vie NKA prejsť z  $q_0, q_1, q_3$ , zjednotiť tieto stavy a následne na ne aplikovať  $CLOSURE_\epsilon$ . Najprv pre symbol  $a$ ,  $\delta(\{q_0, q_1, q_3\}, a)$ :

1. V NKA:  $\delta(q_0, a) = \{q_2\}$
2. V NKA:  $\delta(q_1, a) = \{q_1\}$
3. V NKA:  $\delta(q_3, a) = \{q_0, q_1\}$
4. Teda ich zjednotením:  $\{q_0, q_1, q_2\}$

Následne ešte zistíme  $CLOSURE_\epsilon(\{q_0, q_1, q_2\}) = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ . Preto v DKA:

$$\delta(\{q_0, q_1, q_3\}, a) = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

$\delta$	$a$	$b$
$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	

Pre symbol  $b$ , teda  $\delta(\{q_0, q_1, q_3\}, b)$

1. V NKA:  $\delta(q_0, b) = \emptyset$

2. V NKA:  $\delta(q_1, b) = \emptyset$

3. V NKA:  $\delta(q_3, b) = \emptyset$

4. Teda ich zjednotením:  $\emptyset$

Následne ešte zistíme  $CLOSURE_\epsilon(\emptyset) = \emptyset$ . Preto v DKA:  $\delta(\{q_0, q_1, q_3\}, b) = \emptyset$

$\delta$	$a$	$b$
$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\emptyset$

Zistili sme 2 nové stavy v DKA:  $\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$  a  $\emptyset$ . Preto teraz musíme vyšetriť aj prechody z týchto stavov, aby sme mohli pokračovať vo vyplňaní prechodovej tabuľky:

$\delta$	$a$	$b$
$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$		
$\emptyset$		

Na vyšetrenie toho, kam pôjde DKA zo stavu  $\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$  na symbol  $a$ , teda:

$\delta(\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, a)$  :

1. V NKA:  $\delta(q_0, a) = \{q_2\}$
2. V NKA:  $\delta(q_1, a) = \{q_1\}$
3. V NKA:  $\delta(q_2, a) = \emptyset$
4. V NKA:  $\delta(q_3, a) = \{q_0, q_1\}$
5. Teda ich zjednotením:  $\{q_0, q_1, q_2\}$

Následne ešte zistíme  $CLOSURE_\varepsilon(\{q_0, q_1, q_2\}) = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ . Preto v DKA:

$\delta(\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, a) = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$

$\delta$	$a$	$b$
$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	
$\emptyset$		

Na vyšetrenie toho, kam pôjde DKA zo stavu  $\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$  na symbol  $b$ , teda:

$\delta(\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, b)$  :

1. V NKA:  $\delta(q_0, b) = \emptyset$
2. V NKA:  $\delta(q_1, b) = \emptyset$
3. V NKA:  $\delta(q_2, b) = \{q_2, q_3\}$
4. V NKA:  $\delta(q_3, b) = \emptyset$
5. Teda ich zjednotením:  $\{q_2, q_3\}$

Následne ešte zistíme  $CLOSURE_\varepsilon(\{q_2, q_3\}) = \{q_2, q_3\}$ . Preto v DKA:

$\delta(\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, b) = \{q_2, q_3\}$

$\delta$	$a$	$b$
$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_2, q_3\}$
$\emptyset$		

Zistili sme nový stav v DKA:  $\{q_2, q_3\}$ . Pridáme do tabuľky:

$\delta$	$a$	$b$
$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_2, q_3\}$
$\emptyset$		
$\{q_2, q_3\}$		

Na vyšetrenie toho, kam pôjde DKA zo stavu  $\emptyset$  na symbol  $a$ , teda:  $\delta(\emptyset, a)$  :

1. Keďže  $\emptyset$  neobsahuje žiadne stavy, tak nemáme čo vyšetrovať z hľadiska činnosti NKA

Následne ešte zistíme  $CLOSURE_{\epsilon}(\emptyset) = \emptyset$ . Preto v DKA:  $\delta(\emptyset, a) = \emptyset$

$\delta$	$a$	$b$
$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_2, q_3\}$
$\emptyset$	$\emptyset$	

Na vyšetrenie toho, kam pôjde DKA zo stavu  $\emptyset$  na symbol  $b$ , teda:  $\delta(\emptyset, b)$  :

1. Keďže  $\emptyset$  neobsahuje žiadne stavy, tak nemáme čo vyšetrovať z hľadiska činnosti NKA

Následne ešte zistíme  $CLOSURE_{\epsilon}(\emptyset) = \emptyset$ . Preto v DKA:  $\delta(\emptyset, b) = \emptyset$

$\delta$	$a$	$b$
$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_2, q_3\}$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$



V tomto momente sme nedostali nový stav, čiže prechodová tabuľka naďalej obsahuje 4 stavy, momentálne vieme, že prechody sú nasledovné:

$\delta$	$a$	$b$
$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_2, q_3\}$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_2, q_3\}$		

Na vyšetrenie toho, kam pôjde DKA zo stavu  $\{q_2, q_3\}$  na symbol  $a$ , teda:

$\delta(\{q_2, q_3\}, a)$  :

1. V NKA:  $\delta(q_2, a) = \emptyset$
2. V NKA:  $\delta(q_3, a) = \{q_0, q_1\}$
3. Teda ich zjednotením:  $\{q_0, q_1\}$

Následne ešte zistíme  $CLOSURE_\varepsilon(\{q_0, q_1\}) = \{q_0, q_1, q_3\}$ . Preto v DKA:

$\delta(\{q_2, q_3\}, a) = \{q_0, q_1, q_3\}$

$\delta$	$a$	$b$
$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_2, q_3\}$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_3\}$	

Na vyšetrenie toho, kam pôjde DKA zo stavu  $\{q_2, q_3\}$  na symbol  $b$ , teda:

$\delta(\{q_2, q_3\}, b)$  :

1. V NKA:  $\delta(q_2, b) = \{q_2, q_3\}$
2. V NKA:  $\delta(q_3, b) = \emptyset$
3. Teda ich zjednotením:  $\{q_2, q_3\}$

Následne ešte zistíme  $CLOSURE_\varepsilon(\{q_2, q_3\}) = \{q_2, q_3\}$ . Preto v DKA:

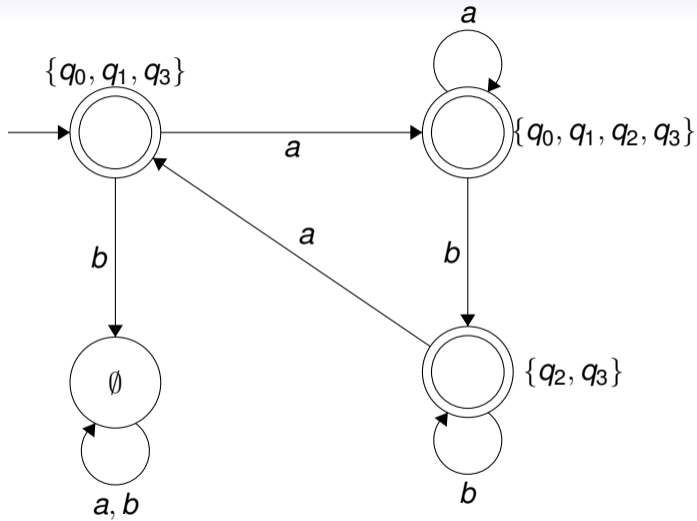
$\delta(\{q_2, q_3\}, b) = \{q_2, q_3\}$

$\delta$	$a$	$b$
$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_2, q_3\}$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_2, q_3\}$

V tomto momente sme nedostali nový stav, čiže prechodová tabuľka nad'alej obsahuje 4 stavy. Navyše nám už nezostali žiadne nevyšetrené stavy. Preto DKA ekvivalentný zadanému NKA má nasledovnú prechodovú tabuľku:

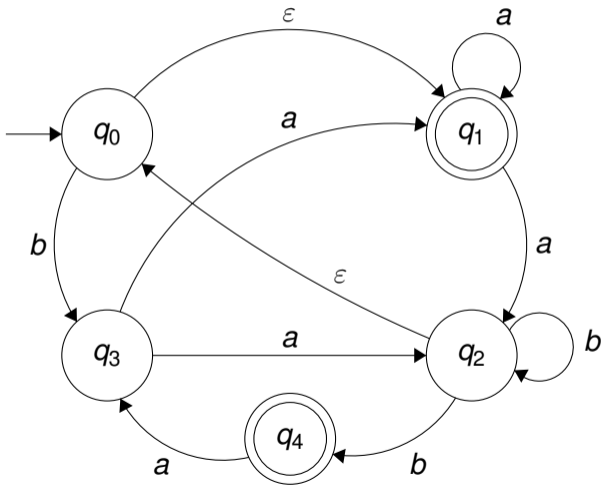
$\delta$	$a$	$b$
$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_2, q_3\}$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_2, q_3\}$

Počiatočný stav je  $\{q_0, q_1, q_3\}$ , pretože je práve rovný  $CLOSURE_{\epsilon}(q_0) = \{q_0, q_1, q_3\}$ . Akceptačné stavy sú tie, ktoré obsahujú akceptačné stavy pôvodného NKA, t.j. alebo  $q_1$ , alebo  $q_2$ , čiže stavy DKA:  $\{q_0, q_1, q_3\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{q_2, q_3\}$ .



## Konverzia NKA->DKA č. 2

Transformujte daný NKA na DKA.



Prechodová funkcia DKA  $\delta'$ :

$\delta'$	a	b
$CLOSURE_{\epsilon}(\{q_0\})$		



Prechodová funkcia DKA  $\delta'$ :

$\delta'$	a	b
$\{q_0, q_1\}$	$CLOSURE_\varepsilon(\{q_1, q_2\})$	



Prechodová funkcia DKA  $\delta$ :

$\delta$	a	b
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$CLOSURE_\epsilon(\{q_3\})$



Prechodová funkcia DKA  $\delta$ :

$\delta$	a	b
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$		
$\{q_3\}$		

Prechodová funkcia DKA  $\delta'$ :

$\delta'$	a	b
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$CLOSURE_\varepsilon(\{q_1, q_2\})$	
$\{q_3\}$		

Prechodová funkcia DKA  $\delta$ :

$\delta$	a	b
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$CLOSURE_{\epsilon}(\{q_2, q_3, q_4\})$
$\{q_3\}$		

Prechodová funkcia DKA  $\delta$ :

$\delta$	a	b
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\{q_3\}$	$CLOSURE_\varepsilon(\{q_1, q_2\})$	

Prechodová funkcia DKA  $\delta$ :

$\delta$	a	b
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\{q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$CLOSURE_\varepsilon(\emptyset)$

Prechodová funkcia DKA  $\delta$ :

$\delta$	a	b
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\{q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$		

Prechodová funkcia DKA  $\delta$ :

$\delta$	a	b
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\{q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$	$CLOSURE_{\varepsilon}(\{q_1, q_2, q_3\})$	



Prechodová funkcia DKA  $\delta$ :

$\delta$	a	b
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\{q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$CLOSURE_{\epsilon}(\{q_2, q_3, q_4\})$

Prechodová funkcia DKA  $\delta$ :

$\delta$	a	b
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\{q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$		

Prechodová funkcia DKA  $\delta$ :

$\delta$	a	b
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\{q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$CLOSURE_{\epsilon}(\{q_1, q_2\})$	

Prechodová funkcia DKA  $\delta$ :

$\delta$	a	b
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\{q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$CLOSURE_\varepsilon(\{q_2, q_3, q_4\})$

Prechodová funkcia DKA  $\delta$ :

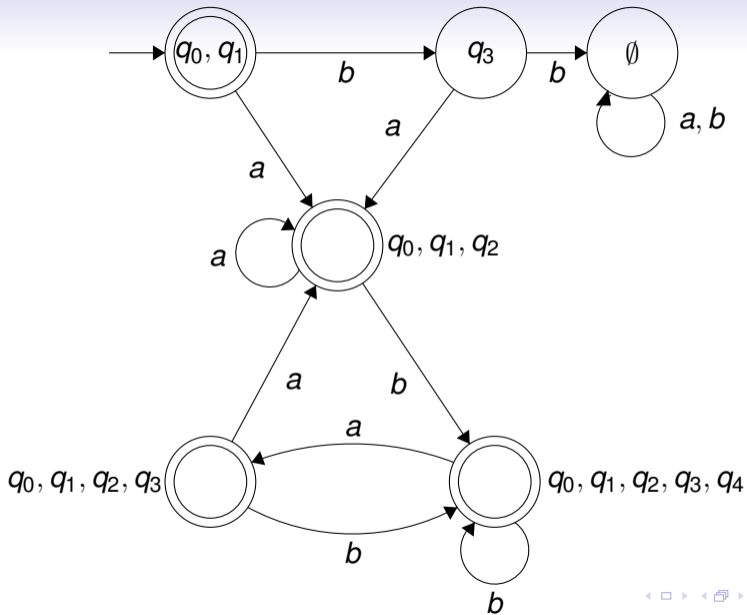
$\delta$	a	b
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\{q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\emptyset$		

Prechodová funkcia DKA  $\delta$ :

$\delta$	a	b
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\{q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

Počiatočný stav:  $\{q_0, q_1\}$ .

Akceptačné stavy:  $\{q_0, q_1\}, \{q_0, q_1, q_2\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ .

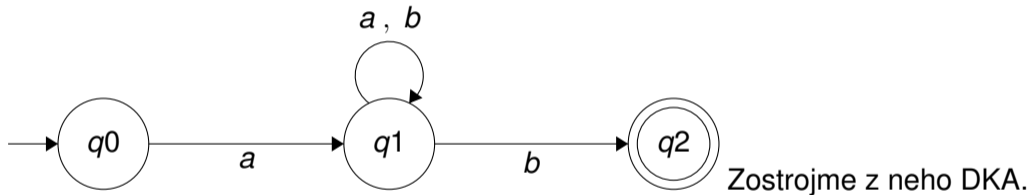


Teraz uvedieme DKA ekvivalentné pre NKA jazykov  $L_5, L_6, L_7$  - sú tu len správne výsledky, bez komentára:





## Konverzia NKA->DKA pre $L_5$

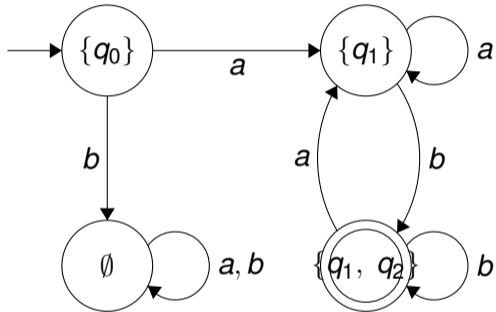


Prechodová funkcia  $\delta$ :

$\delta$	a	b
$CLOSURE_{\epsilon}(\{q_0\}) = \{q_0\}$	$\{q_1\}$	$\emptyset$
$\{q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$
$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

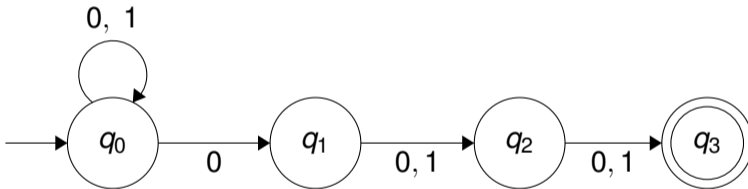
Prechodová funkcia  $\delta$ , **počiatočný stav** a **akceptačné stavy**:

$\delta$	a	b
$CLOSURE_\epsilon(\{q_0\}) = \{q_0\}$	$\{q_1\}$	$\emptyset$
$\{q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$
$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

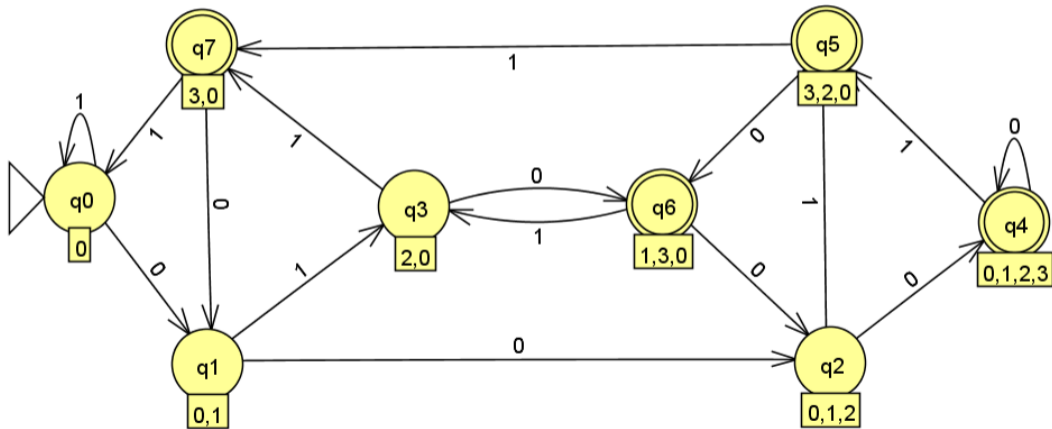


## Konverzia NKA -> DKA pre jazyk $L_6$

NKA:

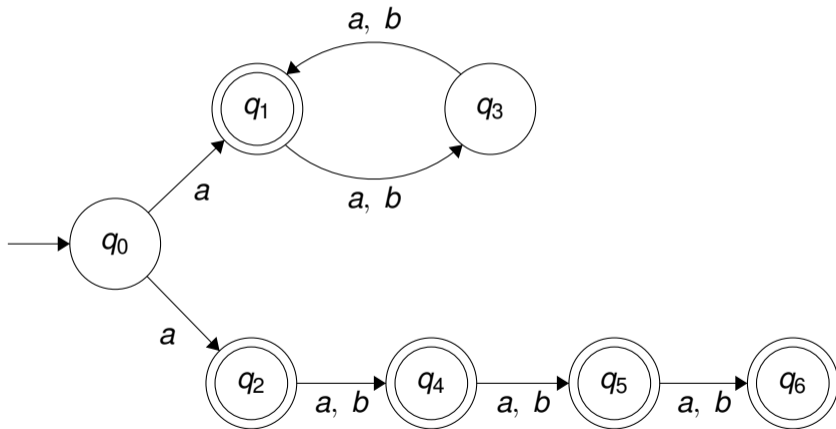


DKA (na obrázku to nie je vidieť, ale zo stavu  $q_2$  do stavu  $q_5$  ide hrana označená 1.



# Konverzia NKA -> DKA pre jazyk $L_7$

NKA:



Stav s label-om *Trap State* predstavljuje stav  $\emptyset$

