

Cvičenie 1 - Formálne jazyky a gramatiky

Ing. Viliam Hromada, PhD.

C-510
Ústav informatiky a matematiky
FEI STU

`viliam.hromada@stuba.sk`



Úloha č. 1

Nech abeceda $A = \{a, b, c\}$, nech reťazce nad touto abecedou sú $x = aa, y = \varepsilon, z = abc$.

1. Napíšte obrátený reťazec x^R, y^R, z^R a ich dĺžky
2. Napíšte výsledok zreťazenia $xx, xy, xz, yx, yy, yz, zx, zy, zz$ a ich dĺžky
3. Napíšte x^i, y^i, z^i , pre $i \in \{0, 1, 2, 3\}$ a ich dĺžky
4. Čo je A^* ? Čo je A^+ ?



Úloha č. 1 - odpovede

1. $x^R = aa, y^R = \varepsilon, z^R = cba$. $|x^R| = |x| = 2, |y^R| = |y| = 0, |z^R| = |z| = 3$.
2. $xx = aaaa, xy = aa, xz = aaabc, yx = aa, yy = \varepsilon, yz = abc, zx = abcaa, zy = abc, zz = abcabc$.

Zrejme $|uv| = |u| + |v|$, t.j.:

$$|xx| = 2|x| = 4, |xy| = |x| + |y| = 2, |xz| = |x| + |z| = 2 + 3 = 5, |yx| = 2, |yy| = |y| + |y| = 0, |yz| = 3, |zx| = 5, |zy| = 3, |zz| = 6.$$

3. $x^0 = \varepsilon, x^1 = aa, x^2 = aaaa, x^3 = aaaaaa, y^0 = \varepsilon, y^1 = \varepsilon, y^2 = \varepsilon, y^3 = \varepsilon, z^0 = \varepsilon, z^1 = abc, z^2 = abcabc, z^3 = abcabcabc$

Zrejme $|u^i| = i|u|$, t.j. $|x^0| = 0|x| = 0, |x^2| = 2|x| = 4, |x^3| = 3|x| = 6, \dots, |y^2| = 2|y| = 0, \dots, |z^3| = 3|z| = 9$

4. $A^* = \{\varepsilon, a, b, c, aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc, aaa, aab, \dots\}$
 $A^+ = \{a, b, c, aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc, aaa, aab, \dots\} = A^* \setminus \{\varepsilon\}$.



Úloha č. 2

Uvažujme abecedu $A = \{a, b, c\}$ a nasledovné jazyky nad touto abecedou:

- $L_1 = \{c\}$
- $L_2 = \{aaa, aba, aab, abb, baa, bab, bba, bbb\}$
- $L_3 = \{aw \mid w \in \{a, b, c\}^*\}$
- $L_4 = \{wcw^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$

1. Ktoré jazyky L_1, L_2, L_3, L_4 sú konečné a ktoré sú nekonečné? Popíšte slovne jazyky L_3, L_4
2. Uved'te jazyk, ktorý vznikne ako zreťazenie $L_1L_1, L_1L_2, L_2L_1, L_2L_2$
3. Popíšte jazyk $L_1^2, L_1^3, L_1^*, L_1^+, L_2^*, L_3^C, L_4^2$
4. Popíšte jazyk $L_2 \cap L_3, L_2 \cap L_4, L_3 \cap L_4, L_4 \setminus L_1, L_1 \cup L_1^C$



Úloha č. 2 - odpovede

1. L_1, L_2 sú konečné jazyky, pretože $|L_1| = 1, |L_2| = 8$. Jazyky L_3, L_4 sú nekonečné.

$L_3 = \{a, aa, ab, ac, aaa, aab, aac, aba, abb, abc, aca, acb, acc, aaaa, \dots\}$ t.j. všetky reťazce začínajúce a

$L_4 =$

$\{c, aca, bcb, aacaa, abcba, bacab, bbcbb, aaacaaa, aabcbaa, abacaba, \dots\}$ t.j. všetky **palindrómy** nepárnej dĺžky, ktoré majú uprostred symbol c a ostatné symboly môžu byť len a a b .

2. $L_1L_1 = \{cc\}, L_1L_2 = \{caaa, caba, caab, cabb, cbaa, cbab, cbba, cbbb\},$

$L_2L_1 = \{aaac, abac, aabc, abbc, baac, babc, bbac, bbcb\},$

$L_2L_2 =$

$\{aaaaaa, aaaaba, aaaaab, \dots, aaabbb, abaaaa, abaaba, abaaab, \dots, ababbb, \dots, bbbaaa, \dots, bbbbbb\}$

Úloha č. 2 - odpovede

3. $L_1^2 = L_1 L_1 = \{cc\}$, $L_1^3 = L_1 L_1^2 = \{ccc\}$, $L_1^* = \{c\}^* = \{\varepsilon, c, cc, ccc, cccc, \dots\} = \{c^i \mid i \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}\}$, $L_1^+ = \{c, cc, ccc, cccc, \dots\} = \{c^i \mid i \in \{1, 2, 3, \dots\}\}$
 $L_2^* = \{\varepsilon, aaa, aba, \dots, bbb, aaaaaa, \dots, aaaaaaaaaa, \dots, abbbaabbabbb, \dots\}$

$L_3^C = A^* \setminus L_3$, t.j. všetky reťazce **nezačínajúce** a -čkom, t.j.

$$L_3^C = \{\varepsilon\} \cup \{bw \mid w \in \{a, b, c\}^*\} \cup \{cw \mid w \in \{a, b, c\}^*\} =$$

$$L_3^C = \{\varepsilon, b, c, ba, bb, bc, ca, cb, cc, baa, \dots\}$$

$$L_4^2 = L_4 L_4 = \{cc, caca, acac, cbcb, bc bc, acaaca, acabcb, \dots\} = \{xy \mid x = wcw^R, y = ucu^R, w \in \{a, b\}^*, u \in \{a, b\}^*\}.$$



Úloha č. 2 - odpovede

4. $L_2 \cap L_3 = \{aaa, aba, aab, abb\}$

$$L_2 \cap L_4 = \emptyset$$

$L_3 \cap L_4 = \{aca, aacaa, abcba, aaacaaa, abacaba, abbcbbba, \dots\} = \{wcw^R \mid w = ax, x \in \{a, b\}^*\}$, t.j. $L_3 \cap L_4$ sú palindrómy nepárnej dĺžky majúce uprostred c , pričom ostatné symboly môžu byť len a a b a navyše začínajú a -čkom.

$L_4 \setminus L_1 = \{aca, bcb, aacaa, \dots\}$ $L_3 \cap L_4$ sú palindrómy nepárnej dĺžky aspoň 3 majúce uprostred c , pričom ostatné symboly môžu byť len a a b

$$L_1 \cup L_1^C = A^*.$$



Úloha č. 3

Je daná gramatika $G = (N, T, P, S)$, kde $N = \{S, A\}$, $T = \{0, 1\}$, počiatočný neterminál je S , s pravidlami P :

$$S \rightarrow 0A$$

$$A \rightarrow 0A|1A|0|1$$

- určte typ gramatiky (regulárna, bezkontextová, kontextová, frázová)
- nájdite ododenie slov 0101, 0111, 1000 v danej gramatike.
- Určte, aký jazyk gramatika generuje (slovne, formálnym zápisom).



Úloha č. 3 - odpovede

a) Gramatika je **regulárna** (technicky je aj bezkontextová, kontextová a frázová)

b) $S \Rightarrow 0A \Rightarrow 01A \Rightarrow 010A \Rightarrow 0101$, teda $S \Rightarrow^* 0101$.

b) $S \Rightarrow 0A \Rightarrow 01A \Rightarrow 011A \Rightarrow 0111$, teda $S \Rightarrow^* 0111$.

b) $S \Rightarrow 0A \Rightarrow \dots \Rightarrow 1000$ sa zjavne nedá, teda $S \not\Rightarrow^* 1000$

c) Vidíme, že gramatika generuje také reťazce z núl a jednotiek, ktoré začínajú nulou a sú dĺžky aspoň 2. Preto by sme mohli písať, že jazyk generovaný gramatikou G je:

$$L(G) = \{0w \mid w \in \{0, 1\}^+\}$$

teda, že na začiatku obsahujú 0 a za ňou je reťazec z núl a jednotiek dĺžky aspoň 1, teda dokopy tvoria reťazce z 0 a 1 začínajúce nulou dĺžky aspoň 2.



Úloha č. 4

Je daná gramatika popisujúca syntax podmieneného príkazu $G = (N, T, P, S)$ s pravidlami P :

1. $\langle \text{príkaz} \rangle \rightarrow \mathbf{p1}$
2. $\langle \text{príkaz} \rangle \rightarrow \mathbf{p2}$
3. $\langle \text{príkaz} \rangle \rightarrow \mathbf{if} \langle \text{podmienka} \rangle \mathbf{then} \langle \text{príkaz} \rangle \langle \text{else časť} \rangle$
4. $\langle \text{else časť} \rangle \rightarrow \mathbf{else} \langle \text{príkaz} \rangle$
5. $\langle \text{else časť} \rangle \rightarrow \varepsilon$
6. $\langle \text{podmienka} \rangle \rightarrow \mathbf{cond}$

Neterminály $N = \{ \langle \text{príkaz} \rangle, \langle \text{else časť} \rangle, \langle \text{podmienka} \rangle \}$ terminály
 $T = \{ \mathbf{p1}, \mathbf{p2}, \mathbf{if}, \mathbf{then}, \mathbf{else}, \mathbf{cond} \}$, $S = \langle \text{príkaz} \rangle$



Úloha č. 4

Zistite, či nasledovné "fragmenty kódu" spĺňajú uvedenú syntax (t.j. či **majú v gramatike odvodenie**):

1. p1
2. p1 p2
3. if cond then p1
4. if cond then p1 else
5. if cond then p1 else if cond then p1 else p2



Úloha č. 4 - odpovede

Riešenie:

1. $\langle \text{príkaz} \rangle \Rightarrow \mathbf{p1}$
2. $\langle \text{príkaz} \rangle \not\Rightarrow^* \mathbf{p1 p2}$
3. $\langle \text{príkaz} \rangle \Rightarrow \mathbf{if \langle \text{podmienka} \rangle then \langle \text{príkaz} \rangle \langle \text{else časť} \rangle} \Rightarrow$
 $\mathbf{if \text{ cond then } \langle \text{príkaz} \rangle \langle \text{else časť} \rangle} \Rightarrow \mathbf{if \text{ cond then p1 } \langle \text{else časť} \rangle} \Rightarrow$
 $\mathbf{if \text{ cond then p1}}$
4. $\langle \text{príkaz} \rangle \Rightarrow \mathbf{if \langle \text{podmienka} \rangle then \langle \text{príkaz} \rangle \langle \text{else časť} \rangle} \Rightarrow$
 $\mathbf{if \text{ cond then } \langle \text{príkaz} \rangle \langle \text{else časť} \rangle} \Rightarrow \mathbf{if \text{ cond then p1 } \langle \text{else časť} \rangle} \Rightarrow$
 $\mathbf{if \text{ cond then p1 else } \langle \text{príkaz} \rangle} \not\Rightarrow \mathbf{if \text{ cond then p1 else}}$
(pretože z neterminálu $\langle \text{príkaz} \rangle$ nie je možné odvodiť len ε)



Úloha č. 4 - odpovede

Riešenie pre **if cond then p1 else if cond then p1 else p2**:

<príkaz> ⇒ **if**<podmienka>**then**<príkaz><else časť> ⇒

if cond then <príkaz><else časť> ⇒ **if cond then p1** <else časť> ⇒

if cond then p1 else<príkaz> ⇒

if cond then p1 else if<podmienka>**then**<príkaz><else časť> ⇒

if cond then p1 else if cond then<príkaz><else časť> ⇒

if cond then p1 else if cond then p1 <else časť> ⇒

if cond then p1 else if cond then p1 else <príkaz> ⇒

if cond then p1 else if cond then p1 else p2



Úloha č. 5

Je daná gramatika $G = (N, T, P, S)$, kde $N = \{X, Y, Z\}$, $T = \{a, b, c\}$, počiatočný neterminál je $S = X$, s pravidlami P :

$$X \rightarrow aYb$$

$$aY \rightarrow bYb$$

$$Y \rightarrow Zc$$

$$Z \rightarrow aZ \mid b$$

- určte typ gramatiky (regulárna, bezkontextová, kontextová, frázová)
- nájdite odvodenie slova $bbcbb$ v danej gramatike.
- Určte, aký jazyk gramatika generuje (slovne, formálnym zápisom).



Úloha č. 5 - odpovede

a) Gramatika je **kontextová** (technicky je aj frázová)

b) $X \Rightarrow aYb \Rightarrow bYbb \Rightarrow bZcbb \Rightarrow bbcbb$, teda $X \Rightarrow^* bbcbb$.

c) Vidíme, že gramatika generuje reťazce 2 typov (podľa toho, či sa použije pravidlo $aY \rightarrow bYb$):

- Ak sa pravidlo nepoužije, potom reťazce majú prefix a , suffix cb a medzi nimi podreťazec tvaru a^*b .
- Ak sa pravidlo použije, potom reťazce majú prefix b , suffix cbb a medzi nimi podreťazec a^*b .

$$L(G) = \{aa^*bcb\} \cup \{ba^*bcbb\}$$



Úloha č. 6

Uvažujte abecedu $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -\}$. Navrhnite gramatiku, ktorá generuje celočíselné konštanty (t.j. čísla z množiny \mathbb{Z}), t.j. reťazce:

- $0, 1, 2, 3, 4, \dots, 9, 10, 11, 12, 13, \dots$
- $-1, -2, -3, -4, \dots, -9, -10, \dots$



Úloha č. 6 - riešenie

Určite terminálne symboly gramatiky budú vlastne abeceda, t.j.

$T = A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -\}$. Navrhne sústavu pravidiel, ktoré tieto čísla generujú:

- $S \rightarrow -A|0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|1B|2B|3B|4B|5B|6B|7B|8B|9B$
- $A \rightarrow 1|2|3|4|5|6|7|8|9|1B|2B|3B|4B|5B|6B|7B|8B|9B$
- $B \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9|1B|2B|3B|4B|5B|6B|7B|8B|9B|0B$

Teda neterminály $N = \{S, A, B\}$ a S je počiatočný neterminál. Všimnite si, že naša gramatika:

- Negeneruje také čísla, ktoré by začínali nulami - s výnimkou len nuly samotnej.
- Negeneruje napr. -0 , čiže nula je vždy bez znamienka.
- Je regulárna!



Úloha č. 7

Nájdite gramatiku, ktorá generuje také reťazce zo symbolov $\{a, b\}$ (t.j. nad abecedou $A = \{a, b\}$), v ktorých je rovnaký počet symbolov a a b , t.j. gramatiku, ktorá generuje jazyk:

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\},$$

kde $\#_a(w)$ označuje počet symbolov a v reťazci w (analogicky $\#_b(w)$)



Úloha č. 7 - zamyslenie

Aké reťazce patria do jazyka L ?

- $\{\varepsilon\}$, lebo $\#_a(\varepsilon) = \#_b(\varepsilon) = 0$
- $\{ab, ba\}$, lebo pre ne $\#_a(ab) = \#_b(ab) = 1$, resp. $\#_a(ba) = \#_b(ba) = 1$
- $\{aabb, abab, abba, baba, baab, bbaa\}$, lebo sa v nich a aj b vyskytuje 2krát
- ...

Aké reťazce nepatria do jazyka L ?

- $\{a, aab, aba, baa, aa, aaab, aaba, \dots\}$ lebo je v nich viac a než b
- $\{b, bba, bab, abb, bb, bbba, bbab, \dots\}$ lebo je v nich viac b než a



Úloha č. 7 - pokus o riešenie

Prvý pokus o riešenie - nech gramatika G by bola:

- $S \rightarrow aS \mid bS \mid \varepsilon$

Táto gramatika určite dokáže generovať také reťazce, v ktorých je počet a a b rovnaký. Totižto, táto gramatika generuje **všetky reťazce** z písmen $\{a, b\}$ a určite platí, že $L \subseteq L(G)$.

Problém je, že generuje aj reťazce **navyše**, napr. a alebo aaa , teda také, ktoré **nepatria do L** , lebo v nich nie je rovnaký počet a a b . Teda $L(G) \not\subseteq L$. Táto gramatika **nie je správna**.



Úloha č. 7 - pokus o riešenie

Druhý pokus o riešenie - nech gramatika G by bola:

1. $S \rightarrow abS$
2. $S \rightarrow \varepsilon$

Táto gramatika funguje tak, že každá aplikácia pravidiel č. 1 vyrobí vo výslednom reťazci časť ab , a teda určite **všetko**, čo G odvodí má tú vlastnosť, že počet a a b je rovnaký, teda $L(G) \subseteq L$.

Problém je, že **nie každý reťazec** s rovnakým počtom a a b má v danej gramatike odvodenie, napr. $abba$, sa v nej odvodit' nedá! Preto $L \not\subseteq L(G)$. Táto gramatika **nie je správna**.



Úloha č. 7 - pokus o riešenie

Tretí pokus o riešenie - nech gramatika G by bola:

- $S \rightarrow SaSbS \mid SbSaS \mid \varepsilon$

Táto gramatika má nasledovnú logiku. Uvažujme reťazec s rovnakým počtom a a b . Potom v ňom nastane jedna z 2 situácií:

- Alebo v ňom **musia existovať**, také a a b , že a je pred b a navyše platí, že aj v podreťazci pred a je rovnaký počet a, b ; v podreťazci medzi a, b je rovnaký počet a, b ; v podreťazci za b je rovnaký počet a, b .

*abba***ab***bba*

- Alebo v ňom **musia existovať**, také b a a , že b je pred a a navyše platí, že aj v podreťazci pred b je rovnaký počet a, b ; v podreťazci medzi b, a je rovnaký počet a, b ; v podreťazci za a je rovnaký počet a, b .

*ba***ba***ba*



Úloha č. 7 - pokus o riešenie

Pre gramatiku G

- $S \rightarrow SaSbS \mid SbSaS \mid \varepsilon$

teda platí:

- Určite všetko čo generuje sú reťazce, ktoré majú rovnaký počet a a b , teda $L(G) \subseteq L$.
- Nebudeme to dokazovať, ale platí aj, že **každý** reťazec s rovnakým počtom a a b má v gramatike odvodenie, teda $L \subseteq L(G)$.
- A teda $L = L(G)$, čiže **naša gramatika je správna**.
- Naša gramatika je **bezkontextová**.

Pre úplnosť v našej gramatike G : $N = \{S\}$, $T = \{a, b\}$.



Úloha č. 8

Príklad: Nájdite gramatiku generujúcu všetky "správne" ozátvorkované výrazy, t.j.:

$$L = \{\varepsilon, (), (()), ()(), ((())), (())(), ()()(), \dots\}.$$

t.j. ku každej ľavej zátvorke existuje pravá zátvorka.

Musí platiť, že $L(G) = L$, t.j.:

- $L(G) \subseteq L$, (gramatika negeneruje "**nič navyše**")
- $L \subseteq L(G)$. (každé slovo z jazyka L sa dá v gramatike **odvodit'**)

Ak platia oba body, z toho logicky vyplýva, že $L(G) = L$.



Príklad (pokr.) Nech gramatika je napr.: $G = (\{S, A\}, \{(,)\}, P, S)$.

Pravidlá:

- $S \rightarrow AS$
- $S \rightarrow \varepsilon$
- $A \rightarrow (S)$.

Je zrejmé, že gramatika generuje správne ozátvorkované výrazy, t.j. $L(G) \subseteq L$ a **nič navyše**. Otázkou ale zostáva, či generuje **všetky** správne ozátvorkované výrazy, resp. či sa dá každý správne ozátvorkovaný výraz vygenerovať pomocou danej gramatiky (t.j. či $L \subseteq L(G)$).



Príklad (pokr.) Dôkaz matematickou indukciou: Uvažujme "stupeň vnorenia" l :

- $l = 0$: ε
 - $l = 1$: $()$, $()()$, ...
 - $l = 2$: $((()))$, $((()))()$, ...
1. Pre $l = 0$ je triviálne ukázať, že gramatika takéto výrazy generuje.
 2. Predpokladajme, že gramatika generuje výrazy pre $l \leq k$. Majme výraz w so stupňom vnorenia $k + 1$. Musíme dokázať, že aj takýto výraz gramatika vie vygenerovať.



Príklad (pokr.) Výraz w si rozdelíme na správne-ozátvorkované segmenty: $w = w_1 w_2 \dots w_n$, z ktorých aspoň 1 má stupeň vnorenia $k + 1$. Predpokladajme, že je to w_1 . Slovo w vieme odvodiť:

$$S \Rightarrow AS \Rightarrow \dots \Rightarrow \underbrace{A \dots A}_n \Rightarrow (S) \underbrace{A \dots A}_{n-1} \Rightarrow \dots \Rightarrow w_1 \underbrace{A \dots A}_{n-1} \Rightarrow \dots \Rightarrow w_1 w_2 \dots w_n.$$

Odstránením "vonkajšej" zátvorky (keď sme použili pravidlo $A \rightarrow (S)$) sme dostali výraz so stupňom vnorenia k , ktorý podľa indukčného predpokladu odvodiť vieme. Vieme teda odvodiť aj výraz so stupňom vnorenia $k + 1$.

Samozrejme, toto nemusí byť **jediná** gramatika, ktorá daný jazyk generuje.



Úloha č. 9

Nájdite gramatiku pre jazyk $L = \{a^n b^n c^n \mid n \in \{1, 2, 3, 4, \dots\}\}$.



Úloha č. 9 - zamyslenie

Reťazce patriace od jazyka L :

1. abc
2. $aabbcc$
3. $aaabbbccc$
4. $aaaabbbbccccc$

Teda reťazce majú **rovnaký počet** a, b, c a zároveň sú symboly **usporiadané**, t.j. najprv a , potom b a nakoniec c . Gramatika teda musí zabezpečiť, aby sa pri generovaní **sledoval počet symbolov**, aby bola zaručená ich rovnosť po vygenerovaní reťazca terminálov. Navyše musí zaručiť ich usporiadanie.



Úloha č. 9 - pokus o riešenie

Skúsme navrhnúť nasledovné pravidlá:

1. $S \rightarrow aSBC$
2. $S \rightarrow aBC$

Naša gramatika vie teraz generovať takúto vetnú formu:

$$S \Rightarrow^n a^n(BC)^n = a^n BC(BC)^{n-1}$$

Ak by sme v nej nahradili každé B terminálom b a C terminálom c , dostali by sme určite reťazec s rovnakým počtom a, b, c , avšak **nie usporiadaný!** Preto využijeme **možnosti kontextových gramatík**, ktoré dovoľujú meniť symboly vo vetných formách.



Úloha č. 9 - pokus o riešenie

Doplňme pravidlo č. 3:

1. $S \rightarrow aSBC$
2. $S \rightarrow aBC$
3. $CB \rightarrow BC$

Toto pravidlo umožní "preusporiadať" neterminály B, C vo vetnej forme tak, aby sme vedeli dostať:

$$S \Rightarrow^n a^n(BC)^n = a^n BC(BC)^{n-1} \Rightarrow^* a^n B^n C^n$$

Teraz môžeme pristúpiť k prepisovaniu neterminálov na terminály - ale spravíme to špeciálnym spôsobom.



Úloha č. 9 - pokus o riešenie

1. $S \rightarrow aSBC$
2. $S \rightarrow aBC$
3. $CB \rightarrow BC$
4. $aB \rightarrow ab$
5. $bB \rightarrow bb$
6. $bC \rightarrow bc$
7. $cC \rightarrow cc$

Teraz už vieme každú požadovanú deriváciu úspešne dokončiť:

$$S \Rightarrow^n a^n(BC)^n = a^n BC(BC)^{n-1} \Rightarrow^* a^n B^n C^n \Rightarrow^n a^n b^n C^n \Rightarrow^n a^n b^n c^n$$

Pre úplnosť v gramatike $N = \{S, A, B, C\}$, $T = \{a, b, c\}$, S je počiatočný neterminál



Úloha č. 9 - upozornenie

POZOR!!! V predchádzajúcom slajde **nesmieme len pridať pravidlá**
 $B \rightarrow b, C \rightarrow c$, t.j.

1. $S \rightarrow aSBC$
2. $S \rightarrow aBC$
3. $CB \rightarrow BC$
4. $B \rightarrow b$
5. $C \rightarrow c$

Lebo by sme vedeli urobiť napríklad deriváciu:

$$S \Rightarrow aSBC \Rightarrow aaBCBC \Rightarrow^* aabcabc$$

čo nie je reťazec patriaci do daného jazyka L .

