

## Cvičenie č. 2 - Konečné automaty - výpočet, determinizácia

Úlohy na cvičenie:

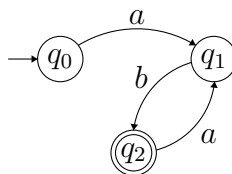
1. Simulujte činnosť nasledovných DKA pre dané slová a určte, aké jazyky rozpoznávajú. Určte, či sú DKA úplné, a ak nie, doplňte ich prechodovú funkciu tak, aby boli úplné. Pre každý konečný automat nakreslite jeho grafickú reprezentáciu prechodovým diagramom.

(a)  $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2\})$ , slová:  $ab, aba, abab$

$\delta$	$a$	$b$
$q_0$	$q_1$	
$q_1$		$q_2$
$q_2$	$q_1$	

Riešenie:

- Prechodový diagram:



- Výpočet slov:

- $ab : (q_0, ab) \vdash (q_1, b) \vdash (q_2, \varepsilon), q_2 \in F$ , DKA slovo akceptuje
- $aba : (q_0, aba) \vdash (q_1, ba) \vdash (q_2, a) \vdash (q_1, \varepsilon), q_1 \notin F$ , DKA slovo neakceptuje
- $abab : (q_0, abab) \vdash (q_1, bab) \vdash (q_2, ab) \vdash (q_1, a) \vdash (q_2, \varepsilon), q_2 \in F$ , DKA slovo akceptuje

- Úplnosť: automat nie je úplný - chýbajú prechody  $\delta(q_0, b), \delta(q_1, a), \delta(q_2, b)$ . Jeho úplná verzia po pridaní pasce  $q_p$ :  $(\{q_0, q_1, q_2, q_p\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2\})$

$\delta$	$a$	$b$
$q_0$	$q_1$	$q_p$
$q_1$	$q_p$	$q_2$
$q_2$	$q_1$	$q_p$
$q_p$	$q_p$	$q_p$

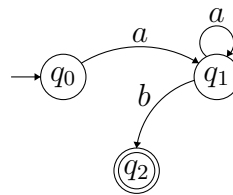
- Jazyk akceptovaný automatom:  $L(M) = \{ab\}^+$

(b)  $(\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2\})$ , slová:  $aa, aab, aabb$

$\delta$	$a$	$b$
$q_0$	$q_1$	
$q_1$	$q_1$	$q_2$
$q_2$		

Riešenie:

- Prechodový diagram:



- Výpočet slov:

- $aa : (q_0, aa) \vdash (q_1, a) \vdash (q_1, \varepsilon), q_1 \notin F$ , DKA slovo neakceptuje
- $aba : (q_0, aab) \vdash (q_1, ab) \vdash (q_1, b) \vdash (q_2, \varepsilon), q_2 \in F$ , DKA slovo akceptuje
- $abab : (q_0, aabb) \vdash (q_1, abb) \vdash (q_1, bb) \vdash (q_2, b) \vdash$  ZÁSEK BEZ DOČÍTANIA, DKA slovo neakceptuje

- Úplnosť: automat nie je úplný - chýbajú prechody  $\delta(q_0, b), \delta(q_2, a), \delta(q_2, b)$ . Jeho úplná verzia po pridaní pasce  $q_p$ :  $(\{q_0, q_1, q_2, q_p\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2\})$

$\delta$	$a$	$b$
$q_0$	$q_1$	$q_p$
$q_1$	$q_1$	$q_2$
$q_2$	$q_p$	$q_p$
$q_p$	$q_p$	$q_p$

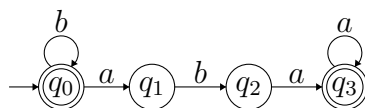
- Jazyk akceptovaný automatom:  $L(M) = a^+b$

(c)  $(\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0, q_3\})$ , slová:  $\varepsilon, bbb, abab, babaa$

$\delta$	$a$	$b$
$q_0$	$q_1$	$q_0$
$q_1$		$q_2$
$q_2$	$q_3$	
$q_3$	$q_3$	

Riešenie:

- Prechodový diagram:



- Výpočet slov:

- $\varepsilon : (q_0, \varepsilon), q_0 \in F$ , DKA slovo akceptuje
- $bbb : (q_0, bbb) \vdash (q_0, bb) \vdash (q_0, b) \vdash (q_0, \varepsilon), q_0 \in F$ , DKA slovo akceptuje
- $aba : (q_0, abab) \vdash (q_1, bab) \vdash (q_2, ab) \vdash (q_3, b) \vdash$  ZÁSEK BEZ DOČÍTANIA, DKA slovo neakceptuje
- $abab : (q_0, babaa) \vdash (q_0, abaa) \vdash (q_1, baa) \vdash (q_2, aa) \vdash (q_3, a) \vdash (q_3, \varepsilon), q_3 \in F$ , DKA slovo akceptuje

- Úplnosť: automat nie je úplný - chýbajú prechody  $\delta(q_1, a), \delta(q_2, b), \delta(q_3, b)$ . Jeho úplná verzia po pridaní pasce  $q_p$ :  $(\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_p\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0, q_3\})$

$\delta$	$a$	$b$
$q_0$	$q_1$	$q_0$
$q_1$	$q_p$	$q_2$
$q_2$	$q_3$	$q_p$
$q_3$	$q_3$	$q_p$
$q_p$	$q_p$	$q_p$

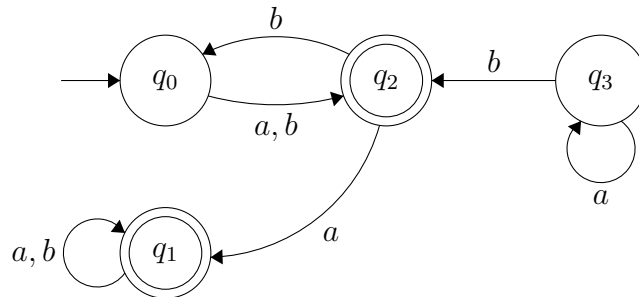
- Jazyk akceptovaný automatom:  $L(M) = (b^*) \cup (b^*abaa^*)$

(d)  $(\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1, q_2\})$ , slová:  $\varepsilon, aa, ab$

$\delta$	$a$	$b$
$q_0$	$q_2$	$q_2$
$q_1$	$q_1$	$q_1$
$q_2$	$q_1$	$q_0$
$q_3$	$q_3$	$q_2$

Riešenie:

- Prechodový diagram:



- Výpočet slov:

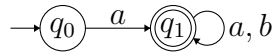
- $\varepsilon : (q_0, \varepsilon), q_0 \notin F$ , DKA slovo neakceptuje
- $aa : (q_0, aa) \vdash (q_2, a) \vdash (q_1, \varepsilon), q_1 \in F$  DKA slovo akceptuje
- $ab : (q_0, ab) \vdash (q_2, b) \vdash (q_0, \varepsilon), q_0 \notin F$ , DKA slovo neakceptuje

- Úplnosť: automat je úplný, sú definované prechody z každého stavu na každý vstupný symbol.
- Jazyk akceptovaný automatom:  $L(M) = (\{a, b\}b)^*\{a, b\} \cup (\{a, b\}b)^*\{a, b\}a\{a, b\}^*$

2. Nájďte NKA (DKA), ktorý rozpoznáva jazyk - ak je to možné:

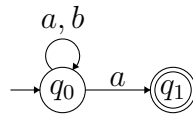
- $L_1 = \{aw \mid w \in \{a, b\}^*\}$

Riešenie (DKA):

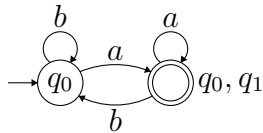


- $L_2 = \{wa \mid w \in \{a, b\}^*\}$

Riešenie (NKA):

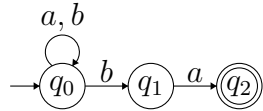


a k nemu DKA:

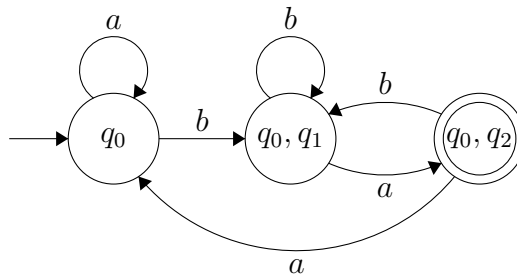


- $L_3 = \{wba \mid w \in \{a, b\}^*\}$

Riešenie (NKA):

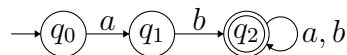


a k nemu DKA:



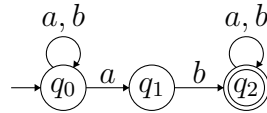
- $L_4 = \{abw \mid w \in \{a, b\}^*\}$

Riešenie (DKA):

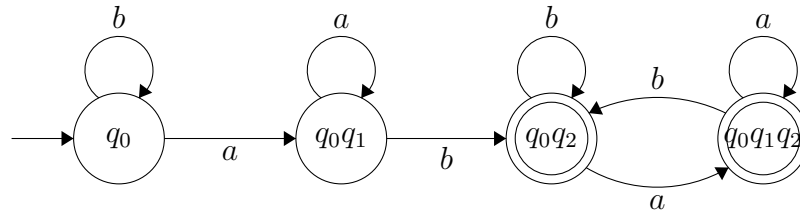


- $L_5 = \{xaby \mid x, y \in \{a, b\}^*\}$

Riešenie (NKA):

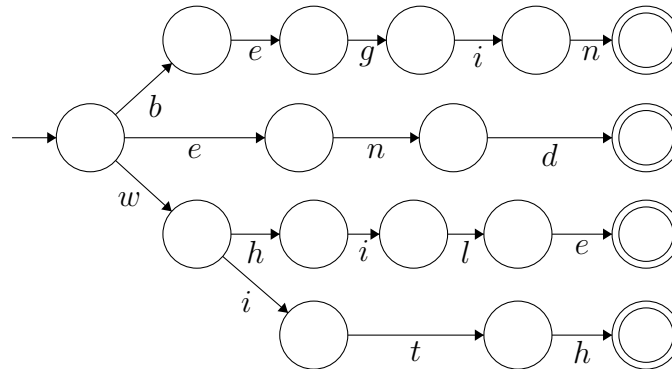


k nemu DKA:



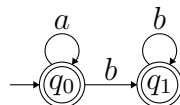
- $L_6 = \{\text{begin, end, while, with}\}$

Riešenie (DKA):



- $L_7 = \{a^*b^*\}$  (pozor, tento jazyk NIE JE to isté ako  $\{a, b\}^*$ )

Riešenie (DKA):



- $L_8 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

Riešenie: pre tento jazyk NKA/DKA neexistuje!

- $L_9 = \emptyset$

Riešenie (DKA):



(v princípe ľubovoľný DKA bez akceptačných stavov)

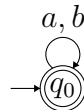
- $L_{10} = \{\varepsilon\}$

Riešenie (DKA):



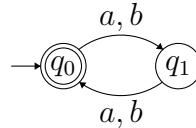
- $L_{11} = \{a, b\}^*$

Riešenie (DKA):



- $L_{12} = \{w \mid \#_a(w) \equiv \#_b(w) \pmod{2}, w \in \{a, b\}^*\}$

Riešenie (DKA):



- $L_{13} = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$

Riešenie: pre tento jazyk NKA/DKA neexistuje!

- $L_{14} = \{w \mid \#_a(w) = \#_b(w), w \in \{a, b\}^*\}$

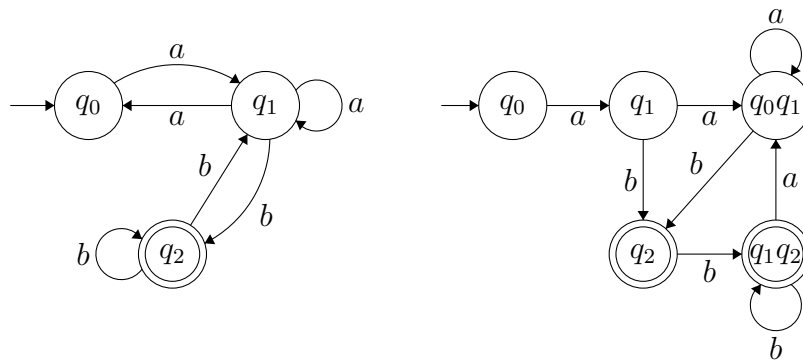
Riešenie: pre tento jazyk NKA/DKA neexistuje!

3. Nakreslite grafickú reprezentáciu nasledovných NKA a nájdite k nim ekvivalentné DKA.

- (a)  $(\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2\})$

$\delta$	$a$	$b$	$\varepsilon$
$q_0$	$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_1$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
$q_2$	$\emptyset$	$\{q_1, q_2\}$	$\emptyset$

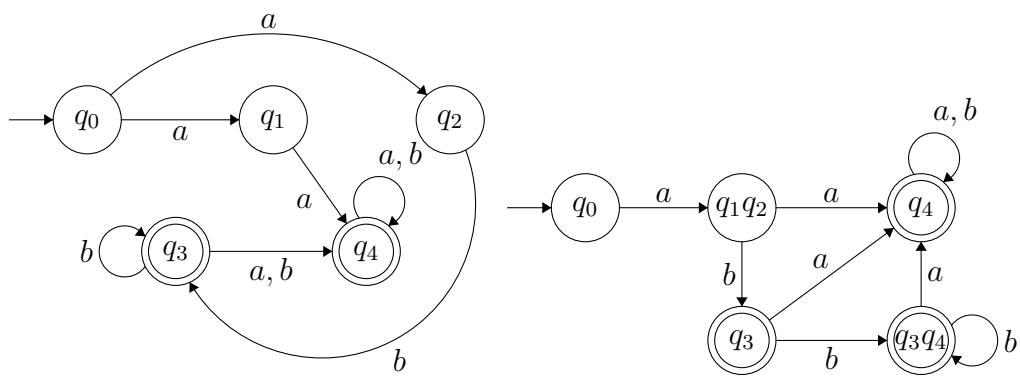
NKA (vľavo) a ekvivalentný DKA:



(b)  $(\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_3, q_4\})$

$\delta$	$a$	$b$	$\varepsilon$
$q_0$	$\{q_1, q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_1$	$\{q_4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_2$	$\emptyset$	$\{q_3\}$	$\emptyset$
$q_3$	$\{q_4\}$	$\{q_3, q_4\}$	$\emptyset$
$q_4$	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$	$\emptyset$

*NKA (vľavo) a ekvivalentný DKA:*

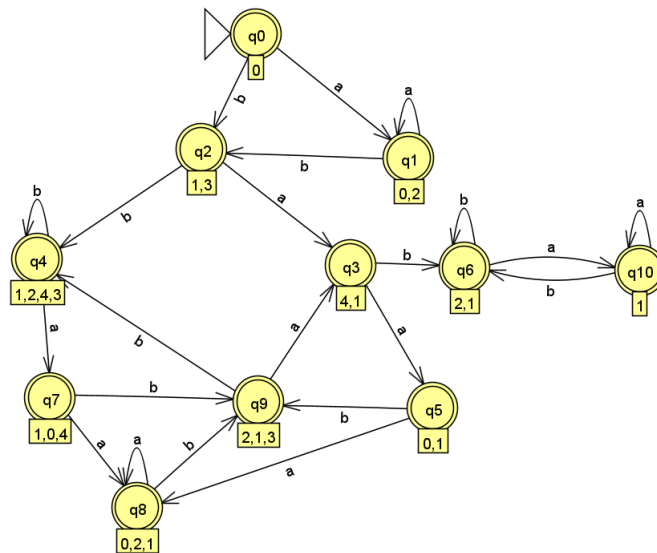
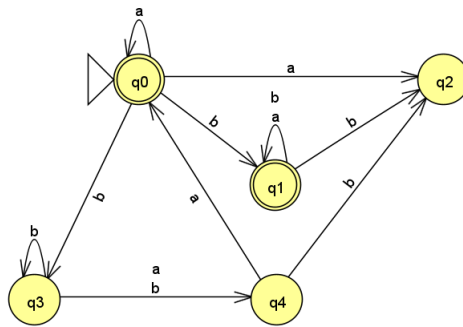




(c)  $(\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0, q_1\})$

$\delta$	$a$	$b$	$\varepsilon$
$q_0$	$\{q_0, q_2\}$	$\{q_1, q_3\}$	$\emptyset$
$q_1$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\emptyset$
$q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_3$	$\{q_4\}$	$\{q_3, q_4\}$	$\emptyset$
$q_4$	$\{q_0\}$	$\{q_2\}$	$\emptyset$

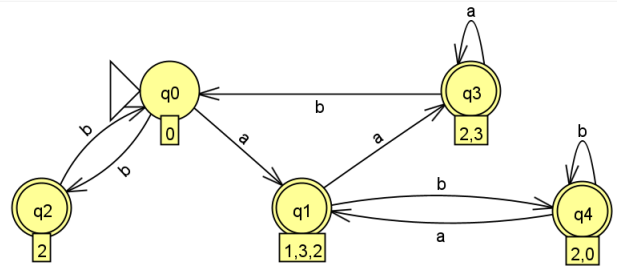
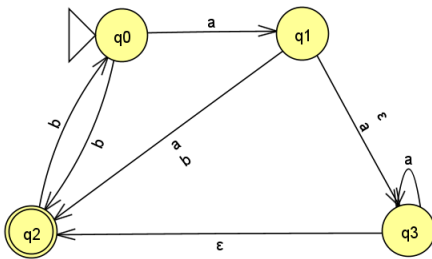
*NKA (vyššie) a ekvivalentný DKA (vyrobené v nástroji jFlap):*



(d)  $(\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2\})$

$\delta$	$a$	$b$	$\varepsilon$
$q_0$	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
$q_1$	$\{q_2, q_3\}$	$\{q_2\}$	$\{q_3\}$
$q_2$	$\emptyset$	$\{q_0\}$	$\emptyset$
$q_3$	$\{q_3\}$	$\emptyset$	$\{q_2\}$

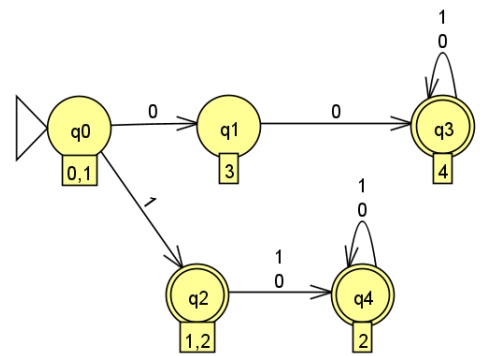
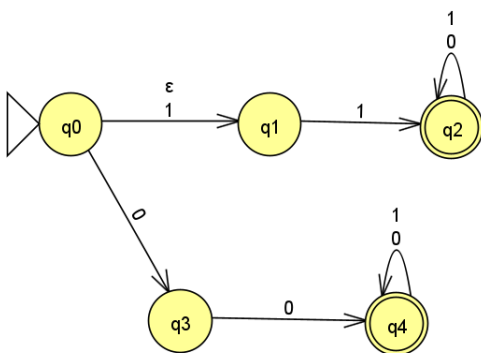
NKA (vľavo) a ekvivalentný DKA :



(e)  $(\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2, q_4\})$

$\delta$	$0$	$1$	$\varepsilon$
$q_0$	$\{q_3\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$
$q_1$	$\emptyset$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
$q_2$	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
$q_3$	$\{q_4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_4$	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$	$\emptyset$

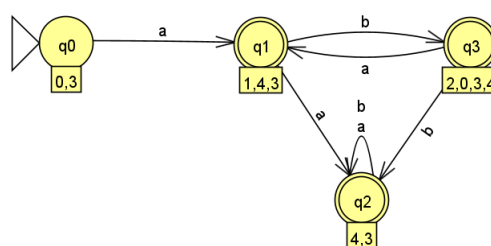
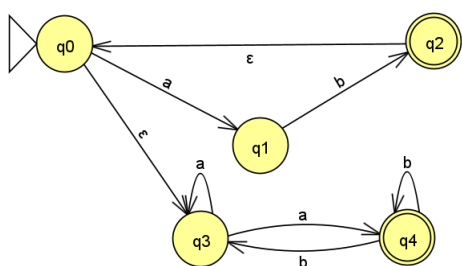
NKA (vľavo) a ekvivalentný DKA :



(f)  $(\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_2, q_4\})$

$\delta$	$a$	$b$	$\varepsilon$
$q_0$	$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
$q_1$	$\emptyset$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
$q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_0\}$
$q_3$	$\{q_3, q_4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_4$	$\emptyset$	$\{q_3, q_4\}$	$\emptyset$

*NKA (vľavo) a ekvivalentný DKA :*



4. Ak ste v úlohe 2 k jednotlivým jazykom našli NKA, nájdite k nim ekvivalentné DKA.

*Riešenie: vid' úloha č. 2, kde sú v riešeniach vždy aj DKA*