Úlohy:

1. Preveďte nasledovné gramatiky do Chomského normálneho tvaru.

   Gramatika G_1:
   $S \to aA \mid aS \mid A \mid abB$
   $A \to \varepsilon \mid bA$
   $B \to bB$

   Riešenie:

   $S' \to \varepsilon \mid V_1A \mid V_1S \mid a \mid V_2A \mid b$
   $S \to V_1A \mid V_1S \mid a \mid V_2A \mid b$
   $A \to V_2A \mid b$
   $V_1 \to a$
   $V_2 \to b$

   Gramatika G_2:
   $S \to aAC \mid bB \mid BB$
   $A \to aAb$
   $B \to \varepsilon \mid aBb \mid SB$
   $C \to CC \mid b \mid c$

   Riešenie:

   $S' \to \varepsilon \mid V_2B \mid BB \mid b \mid SB \mid V_1V_2 \mid V_1A_1$
   $S \to V_2B \mid BB \mid b \mid SB \mid V_1V_2 \mid V_1A_1$
   $B \to V_1A_1 \mid SB \mid V_1V_2 \mid V_2B \mid BB \mid b$
   $A_1 \to BV_2$
   $V_1 \to a$
   $V_2 \to b$

Gramatika G_3:

$S \to ABCA$

$A \to AB \mid a$

$B \to AC \mid \varepsilon$

$C \to BA \mid b \mid \varepsilon$

Riešenie:

$S \to AA_1 \mid AA_3 \mid AA_2 \mid AA$

$A \to AB \mid a$

$B \to AC \mid AB \mid a$

$C \to BA \mid b \mid AB \mid a$

$A_1 \to BA_2$

$A_2 \to CA$

$A_3 \to BA$

Gramatika G_4:

$S \to Aa \mid Bb$

$A \to C \mid DaD$

$B \to D \mid C$

$C \to S \mid a \mid \varepsilon$

$D \to S \mid b$

$E \to S \mid c \mid \varepsilon$

Riešenie:

$S \to AV_1 \mid BV_2 \mid a \mid b$

$A \to DA_1 \mid AV_1 \mid BV_2 \mid a \mid b$

$B \to AV_1 \mid BV_2 \mid a \mid b$

$D \to AV_1 \mid BV_2 \mid a \mid b$

$A_1 \to V_1D$

$V_1 \to a$

$V_2 \to b$

Gramatika G_5:

$S \to A$

$A \to B \mid aAb \mid c$

$B \to cA \mid bSAb$

Riešenie:

$S' \to V_1A_1 \mid c \mid V_3A \mid V_2A_2$

$S \to V_1A_1 \mid c \mid V_3A \mid V_2A_2$

$A \to V_1A_1 \mid c \mid V_3A \mid V_2A_2$

$A_1 \to AV_2$

$A_2 \to SA_1$

$V_1 \to a$

$V_2 \to b$

$V_3 \to c$

Gramatika G_6:

$S \to \varepsilon \mid A$

$A \to B \mid aAb$

$B \to cA \mid bSAb \mid AS$

$C \to SS \mid AB$

Riešenie:

$S' \to \varepsilon$

Pri redukcii gramatiky dôjde k tomu, všetky ostatné symboly sú nadbytočné, gramatika teda generuje len prázdny jazyk.

2. Zistite, či sa v daných gramatikách dajú odvodiť dané slová w pomocou CYK algoritmu:

   Gramatika G_1:

   $S \to aSa \mid bSb \mid \varepsilon$

   $w = abba, aba$

   Riešenie: CHNT pre uvedenú gramatiku:

   $S' \to \varepsilon \mid V_1A_1 \mid V_2A_2 \mid V_1V_1 \mid V_2V_2$

   $S \to V_1A_1 \mid V_2A_2 \mid V_1V_1 \mid V_2V_2$

   $A_1 \to SV_1$

   $A_2 \to SV_2$

   $V_1 \to a$

   $V_2 \to b$

   Množiny $N_{i,j}$ pre slovo $w = abba$:

   $N_{1,1} = \{V_1\}, N_{2,2} = \{V_2\}, N_{3,3} = \{V_2\}, N_{4,4} = \{V_1\}$

   $N_{1,2} = \emptyset, N_{2,3} = \{S', S\}, N_{3,4} = \emptyset$

   $N_{1,3} = \emptyset, N_{2,4} = \{A_1\}$

   $N_{1,4} = \{S', S\}$. Keďže počiatočný neterminál $S' \in N_{1,4}$ gramatika slovo $w = abba$ generuje.

   Množiny $N_{i,j}$ pre slovo $w = aba$:

   $N_{1,1} = \{V_1\}, N_{2,2} = \{V_2\}, N_{3,3} = \{V_1\}$

   $N_{1,2} = \emptyset, N_{2,3} = \emptyset$

   $N_{1,3} = \emptyset$. Keďže počiatočný neterminál $S' \notin N_{1,3}$ gramatika slovo $w = aba$ negeneruje.

Gramatika G_2:

$S \to ABc$

$A \to a \mid \varepsilon$

$B \to b \mid \varepsilon$

$w = abc, acb$

Riešenie: CHNT pre uvedenú gramatiku:

$S \to AA_1 \mid AV_1 \mid BV_1 \mid c$

$A \to a$

$B \to b$

$A_1 \to BV_1$

$V_1 \to c$

Množiny $N_{i,j}$ pre slovo $w = abc$:

$N_{1,1} = \{A\}, N_{2,2} = \{B\}, N_{3,3} = \{V_1\}$

$N_{1,2} = \emptyset, N_{2,3} = \{S, A_1\}$

$N_{1,3} = \{S\}$. Keďže počiatočný neterminál $S \in N_{1,3}$ gramatika slovo $w = abc$ generuje.

Množiny $N_{i,j}$ pre slovo $w = acb$:

$N_{1,1} = \{A\}, N_{2,2} = \{V_1\}, N_{3,3} = \{B\}$

$N_{1,2} = \{S\}, N_{2,3} = \emptyset$

$N_{1,3} = \emptyset$. Keďže počiatočný neterminál $S \notin N_{1,3}$ gramatika slovo $w = acb$ negeneruje.

Gramatika G_3:

$S \to aSb \mid A$

$A \to cAe \mid B \mid b$

$B \to cBe$

$C \to d$

$w = acbeb, cbee$

Riešenie: CHNT pre uvedenú gramatiku:

$S' \to V_1A_1 \mid V_3A_2 \mid b$

$S \to V_1A_1 \mid V_3A_2 \mid b$

$A \to V_3A_2 \mid b$

$A_1 \to SV_2$

$A_2 \to AV_4$

$V_1 \to a$

$V_2 \to b$

$V_3 \to c$

$V_4 \to e$

Množiny $N_{i,j}$ pre slovo $w = acbeb$:

$N_{1,1} = \{V_1\}, N_{2,2} = \{V_3\}, N_{3,3} = \{S', S, A, V_2\}, N_{4,4} = \{V_4\}, N_{5,5} = \{S', S, A, V_2\}$

$N_{1,2} = \emptyset, N_{2,3} = \emptyset, N_{3,4} = \{A_2\}, N_{4,5} = \emptyset$

$N_{1,3} = \emptyset, N_{2,4} = \{A\}, N_{3,5} = \emptyset$

$N_{1,4} = \emptyset, N_{2,5} = \{A_2\}$

$N_{1,5} = \{S', S\}$. Keďže počiatočný neterminál $S \in N_{1,5}$ gramatika slovo $w = acbeb$ generuje.

Množiny $N_{i,j}$ pre slovo $w = cbee$:

$N_{1,1} = \{V_3\}, N_{2,2} = \{S', S, A, V_2\}, N_{3,3} = \{V_4\}, N_{4,4} = \{V_4\}$

$N_{1,2} = \emptyset, N_{2,3} = \{A_2\}, N_{3,4} = \emptyset$

$N_{1,3} = \{A\}, N_{2,4} = \emptyset$

$N_{1,4} = \{A_4\}$. Keďže počiatočný neterminál $S \notin N_{1,4}$ gramatika slovo $w = cbee$ negeneruje.

Gramatika G_4 :

<program>→ **štart** <príkazy> **koniec**

<príkazy>→ <príkaz>; <príkazy>

<príkazy>→ ε

<príkaz>→ <výraz>

<príkaz>→ **ak** <podmienka>**potom** <príkaz>

<príkaz>→ **pokiaľ** <podmienka>**rob** <príkaz>

<výraz>→ **príkaz1** | **príkaz2**

<podmienka >→ **p1** | **p2**

Zistite, či je program **štart ak p1 potom príkaz2 koniec** syntakticky korektný, t.j. či má v gramatike G_4 deriváciu, pomocou CYK algoritmu.

Riešenie:

CHNT pre uvedenú gramatiku (každý symbol v <> je neterminál):

<program> → <N_start> <A_1> | <N_start> <N_koniec>

<príkazy> → <príkaz> <A_2> | <príkaz> <N_;>

<príkaz> → **príkaz1** | **príkaz2**

<príkaz> → <N_ak> <A_3>

<príkaz> → <N_pokial> <A_5>

<podmienka> → **p1** | **p2**

<A_1> → <príkazy> <N_koniec>

<A_2> → <N_;> <príkazy>

<A_3> → <podmienka> <A_4>

<A_4> → <N_potom> <príkaz>

<A_5> → <podmienka> <A_6>

<A_6> → <N_rob> <príkaz>

<N_start> → **štart**

<N_pokial> → **pokiaľ**

<N_potom> → **potom**

<N_rob> → **rob**

<N_koniec> → **koniec**

<N_;> → **;**

<N_ak> → **ak**

Množiny $N_{i,j}$ pre slovo $w =$ **štart ak p1 potom príkaz2 koniec**:

$N_{1,1} = \{$<N_start>$\}, N_{2,2} = \{$<N_ak>$\}, N_{3,3} = \{$<podmienka>$\}, N_{4,4} = \{$<N_potom>$\}, N_{5,5} = \{$<príkaz>$\}, N_{6,6} = \{$<N_koniec>$\}$

$N_{1,2} = \emptyset, N_{2,3} = \emptyset, N_{3,4} = \emptyset, N_{4,5} = \{A_4\}, N_{5,6} = \emptyset$

$N_{1,3} = \emptyset, N_{2,4} = \emptyset, N_{3,5} = \{A_3\}, N_{4,6} = \emptyset$

$N_{1,4} = \emptyset, N_{2,5} = \{$<príkaz>$\}, N_{3,6} = \emptyset$

$N_{1,5} = \emptyset, N_{2,6} = \emptyset$

$N_{1,6} = \emptyset$. Keďže počiatočný neterminál <program> $\notin N_{1,6}$, reťazec **štart ak p1 potom príkaz2 koniec** nemá v gramatike deriváciu a teda nie je syntakticky korektný vzhľadom na syntax danú gramatikou G_4.

---

3. K daným gramatikám nájdite množiny $FIRST$, $FOLLOW$ pre neterminálne symboly a $FIRST$ pre reťazce α.

(a) $S \to AB$
$A \to BA \mid a$
$B \to bB \mid Aa \mid \varepsilon$
$\alpha = AA$, $\alpha = BA$, $\alpha = BB$, $\alpha = bAA$, $\alpha = BaB$

Riešenie:

	S	A	B
$FIRST$	$\{a, b\}$	$\{a, b\}$	$\{\varepsilon, a, b\}$
$FOLLOW$	$\{\varepsilon\}$	$\{\varepsilon, a, b\}$	$\{\varepsilon, a, b\}$

- $FIRST(AA) = \{a, b\}$
- $FIRST(BA) = \{a, b\}$
- $FIRST(BB) = \{\varepsilon, a, b\}$
- $FIRST(bAA) = \{b\}$
- $FIRST(BaB) = \{a, b\}$

(b) $S \to bAa$
$A \to BB \mid cB$
$B \to aBa \mid \varepsilon$
$\alpha = AB$, $\alpha = BA$, $\alpha = AA$, $\alpha = BB$

Riešenie:

	S	A	B
$FIRST$	$\{b\}$	$\{\varepsilon, a, c\}$	$\{\varepsilon, a\}$
$FOLLOW$	$\{\varepsilon\}$	$\{a\}$	$\{a\}$

- $FIRST(AB) = \{a, c, \varepsilon\}$
- $FIRST(BA) = \{a, c, \varepsilon\}$
- $FIRST(AA) = \{a, c, \varepsilon\}$
- $FIRST(BB) = \{a, \varepsilon\}$

(c) $S \to AaB$
$A \to BbS \mid a$
$B \to SA \mid b$
$\alpha = AB$, $\alpha = BA$, $\alpha = AA$, $\alpha = BB$

Riešenie:

	S	A	B
$FIRST$	$\{a, b\}$	$\{a, b\}$	$\{a, b\}$
$FOLLOW$	$\{\varepsilon, a, b\}$	$\{\varepsilon, a, b\}$	$\{\varepsilon, a, b\}$

- $FIRST(AB) = \{a, b\}$
- $FIRST(BA) = \{a, b\}$
- $FIRST(AA) = \{a, b\}$
- $FIRST(BB) = \{a, b\}$

(d) $S \to aSb \mid bAa \mid Aa$
$A \to aS \mid SBa$
$B \to Ab \mid b$
$\alpha = AB$, $\alpha = BA$, $\alpha = AA$, $\alpha = BB$

Riešenie: Gramatika nie je redukovaná!!! Počas jej redukcie zistíme, že množina $N_T = \{B\}$, teda neobsahuje počiatočný neterminál a gramatika generuje iba prázdny jazyk. V takom prípade nemá určovanie $FIRST$ a $FOLLOW$ zmysel.

(e) $S \to ABCA$
$A \to AB \mid \varepsilon$
$B \to AC \mid a$
$C \to BA \mid b \mid \varepsilon$
$\alpha = AB$, $\alpha = BA$, $\alpha = AA$, $\alpha = BB$

Riešenie:

	S	A	B	C
$FIRST$	$\{a, b, \varepsilon\}$	$\{a, b, \varepsilon\}$	$\{a, b, \varepsilon\}$	$\{a, b, \varepsilon\}$
$FOLLOW$	$\{\varepsilon\}$	$\{a, b, \varepsilon\}$	$\{a, b, \varepsilon\}$	$\{a, b, \varepsilon\}$

- $FIRST(AB) = \{a, b, \varepsilon\}$
- $FIRST(BA) = \{a, b, \varepsilon\}$
- $FIRST(AA) = \{a, b, \varepsilon\}$
- $FIRST(BB) = \{a, b, \varepsilon\}$

(f) E je počiatočný neterminál

$E \to E + T \mid T$

$T \to T * F \mid F$

$F \to (E) \mid \mathbf{id}$

$\alpha = E + T, \alpha = T + E, \alpha = TT, \alpha = T * T$

Riešenie:

	E	T	F
$FIRST$	$\{(, \mathbf{id}\}$	$\{(, \mathbf{id}\}$	$\{(, \mathbf{id})\}$
$FOLLOW$	$\{\varepsilon, +,)\}$	$\{*, \varepsilon, +,)\}$	$\{*, \varepsilon, +,)\}$

- $FIRST(E + T) = \{(, \mathbf{id}\}$
- $FIRST(T + E) = \{(, \mathbf{id}\}$
- $FIRST(TT) = \{(, \mathbf{id}\}$
- $FIRST(T * T) = \{(, \mathbf{id}\}$

(g) E je počiatočný neterminál

$E \to T \mid T\acute{E}$

$\acute{E} \to +T \mid +T\acute{E}$

$T \to F \mid F\acute{T}$

$\acute{T} \to *F \mid *F\acute{T}$

$F \to (E) \mid \mathbf{id}$

$\alpha = E + T, \alpha = +ET, \alpha = TT, \alpha = *F * F$

Riešenie:

	E	$\acute{E}$	T	$\acute{T}$	F
$FIRST$	$\{(, \mathbf{id}\}$	$\{+\}$	$\{(, \mathbf{id}\}$	$\{*\}$	$\{(, \mathbf{id}\}$
$FOLLOW$	$\{\varepsilon,)\}$	$\{\varepsilon,)\}$	$\{\varepsilon, +,)\}$	$\{\varepsilon, +,)\}$	$\{\varepsilon, *, +,)\}$

- $FIRST(E + T) = \{(, \mathbf{id}\}$
- $FIRST(+ET) = \{+\}$
- $FIRST(TT) = \{(, \mathbf{id}\}$
- $FIRST(*F * F) = \{*\}$